

円形平板

以降の計算式は鉄の円形平板の応力と変位の計算式です。(ポアソン比 = 0.3)

s_r = 円周方向の引っ張り応力(psi)

s_t = 接戦方向の引っ張り応力(psi)

t = 板の厚み(インチ)

r = 板の外径(インチ)

r_1 = 板の内径(インチ)

E = 弾性率(鉄 = 30,000,000 psi)

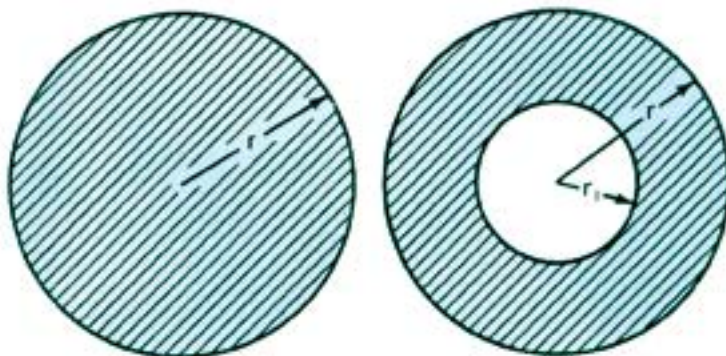
W = プレートにかかる全荷重(ポンド)

p = 板にかかる均等荷重(psi)

M = 中心部に加えられたモーメント(inch-lbs)



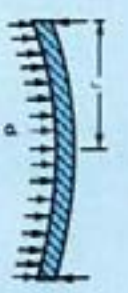
(e)を底とする対数(自然対数またはネイピア対数): $\log_e x = 2.3026 \log_{10} x$

応力の正の符号は表面の張力を表し、裏面の圧縮を表す。

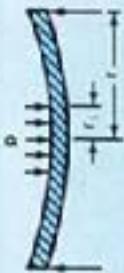


ロアークの「応力とひずみの公式」及びティモシェンコの「板と外殻の理論」から採用

円形平板 (続き)

<p>① 外周固定・支持 全面に均等荷重</p>  <p>中心では $\sigma_r = \sigma_\theta = -\frac{39}{80} p \left(\frac{r}{t}\right)^2$</p> <p>端部では $\text{Max } \sigma_r = \frac{3}{4} p \left(\frac{r}{t}\right)^2$</p> <p>中心では $\text{Max } \Delta = -\frac{273}{1600} \frac{p r^4}{E t^3}$</p>	<p>② 外周固定・支持 半径 r_1 の同心円内に均一荷重</p>  <p>中心では ($r_1 < .588 r$) の時最大 $\sigma_r = \sigma_\theta = -\frac{3}{80} p \left(\frac{r_1}{t}\right)^2 \left[52 \log \frac{r}{r_1} + 13 \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \right]$</p> <p>端部では ($r_1 > .588 r$) の時最大 $\sigma_r = \frac{3}{4} p \left(\frac{r_1}{t}\right)^2 (2r^2 - r_1^2)$</p> <p>端部では $\sigma_\theta = \frac{9}{40} p \left(\frac{r_1}{t}\right)^2 (2r^2 - r_1^2)$</p> <p>中心では $\text{Max } \Delta = -\frac{273}{1600} \frac{p r_1^2}{E t^3} (4r^2 - 3r_1^2 - 4r_1^2 \log \frac{r}{r_1})$</p> <p>$r_1$ が非常に小さいとき(集中荷重)</p> <p>中心では $\text{Max } \Delta = -\frac{273}{400} \frac{W r^2}{E t^3}$</p> <p>応用についてロアークは下の式で r が r_1 に等しいか、もしくは有効半径 $(\sqrt{1.6 r_1^2 + t^2} - .675 t)$ のどちらか大きい方を使用するよう示唆している</p> <p>中心では $\text{Max } \sigma_r = \sigma_\theta = -\frac{3}{80} \frac{W}{\pi t^2} \left[52 \log \frac{r}{r_1} + 13 \left(\frac{r_1}{r}\right)^2 \right]$</p> <p>端部では $\sigma_r = \frac{9}{40} \frac{W}{\pi t^2} (2r^2 - r_1^2)$</p>
<p>③ 外周端支持、前面に均等負荷</p>  <p>中心では $\text{Max } \sigma_r = \sigma_\theta = -\frac{59}{80} p \left(\frac{r}{t}\right)^2$</p> <p>中心では $\text{Max } \Delta = -\frac{1113}{1600} \frac{p r^4}{E t^3}$</p> <p>端部では $\theta = \frac{21}{20} p \left(\frac{r}{t}\right)^2$</p>	

4 外周端支持
半径 r_1 の同心円内に前面に均等荷重



中心では $\text{Max } \sigma_r = \sigma_t = \frac{3p}{80} \left(\frac{r_1}{r} \right) \left[40 + 52 \log \frac{r}{r_1} - 7 \left(\frac{r_1}{r} \right)^2 \right]$
 中心では $\text{Max } \Delta = -\frac{21pr_1^2}{1600E_t^3} \left(132r^2 - 52r_1^2 \log \frac{r}{r_1} - 73r_1^2 \right)$

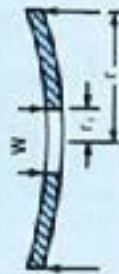
r_1 が非常に小さいとき(集中荷重)

中心では $\text{Max } \Delta = -\frac{633Wr^2}{400\pi E_t^3}$
 端部では $\theta = \frac{21Wr}{10\pi E_t^3}$

応用についてロアークは下の式で r が r_1 に等しいか、もしくは有効半径 $(\sqrt{1.6r_1^2 + t^2} - 0.75t)$ のどちらか大きい方を使用するよう示唆している

中心では $\text{Max } \sigma_r = \sigma_t = \frac{3W}{80\pi t^2} \left[40 + 52 \log \frac{r}{r_1} - 7 \left(\frac{r_1}{r} \right)^2 \right]$

7 外周端支持、内周端に均等荷重



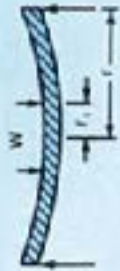
内周端では

$\text{Max } \sigma_r = -\frac{3W}{20\pi t^2} \left[\frac{26r^2}{(r^2 - r_1^2)} \log \frac{r}{r_1} + 7 \right]$

内周端では

$\text{Max } \Delta = -\frac{273W}{36,400\pi E_t^3} \left[231(r^2 - r_1^2) + \frac{676r^2 r_1^2}{(r^2 - r_1^2)} \left(\log \frac{r}{r_1} \right)^2 \right]$

5 外周端支持
同心の半径 r_1 の環に均等荷重



$< r_1$ では $\text{Max } \sigma_r = \sigma_t = -\frac{3W}{40\pi t^2} \left[7 + 26 \log \frac{r}{r_1} - 7 \left(\frac{r_1}{r} \right)^2 \right]$
 中心では $\text{Max } \Delta = -\frac{273W}{5200\pi E_t^3} \left[33(r^2 - r_1^2) - 26r_1^2 \log \frac{r}{r_1} \right]$

6 外周端固定・支持
同心の半径 r_1 の環に均等荷重



$< r_1$ では $(r_1 < .31r)$ の時 最大
 $\sigma_r = \sigma_t = -\frac{39W}{40\pi t^2} \left[2 \log \frac{r}{r_1} + \left(\frac{r_1}{r} \right)^2 - 1 \right]$

端部では $(r_1 > .31r)$ の時 最大

$\sigma_r = \sigma_t = \frac{3W}{2\pi t^2} \left[1 - \left(\frac{r_1}{r} \right)^2 \right]$


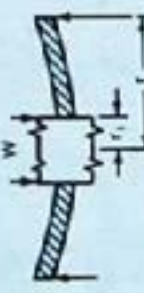
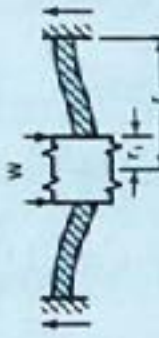
端部では

$\sigma_r = \sigma_t = \frac{9W}{20\pi t^2} \left[1 - \left(\frac{r_1}{r} \right)^2 \right]$

中心では

$\text{Max } \Delta = -\frac{273W}{400\pi E_t^3} \left(r^2 - r_1^2 - 2r_1^2 \log \frac{r}{r_1} \right)$

円形平板 (続き)

<p>9</p> <p>外周端固定・支持 内周端に均等荷重</p>  <p>外周端では ($r_1 > .416 r$) の時 最大</p> $\sigma_r = \frac{3W}{2\pi t^3} \left[1 - \frac{20 r_1^2 - 26 r_1^2 \log \frac{r}{r_1}}{7 r^2 + 13 r_1^2} \right]$ <p>内周端では ($r_1 < .416 r$) の時 最大</p> $\sigma_r = \frac{9W}{20\pi t^3} \left[1 + \frac{70 r^2 - 130 r_1^2 - 182 r^2 \log \frac{r}{r_1}}{21 r^2 + 39 r_1^2} \right]$ <p>内周端では</p> $\text{Max } \Delta = - \frac{273 W}{400 \pi E t^3} \left[r^2 - r_1^2 + \frac{20 r_1^2 (r^2 - r_1^2) - 80 r^2 r_1^2 \log \frac{r}{r_1} + 52 r^2 r_1^2 \left(\log \frac{r}{r_1} \right)^2}{7 r^2 + 13 r_1^2} \right]$	<p>9</p> <p>外周端支持、内周端固定 内周端に沿って均等荷重</p>  <p>内周端では</p> $\text{Max } \sigma_r = \frac{3W}{2\pi t^3} \left[\frac{7(r^2 - r_1^2) + 26 r^2 \log \frac{r}{r_1}}{13 r^2 + 7 r_1^2} \right]$ <p>内周端では</p> $\text{Max } \Delta = - \frac{273 W}{400 \pi E t^3} \left[\frac{33 r^4 - 7 r_1^4 - 26 r^2 r_1^2 - 80 r^2 r_1^2 \log \frac{r}{r_1} - 52 r^2 r_1^2 \left(\log \frac{r}{r_1} \right)^2}{13 r^2 + 7 r_1^2} \right]$	<p>10</p> <p>外周端固定・支持、内周端固定 内周端に沿って均等荷重</p>  <p>内周端では</p> $\text{Max } \sigma_r = \frac{3W}{2\pi t^3} \left[1 - \frac{2 r^2}{r^2 - r_1^2} \log \frac{r}{r_1} \right]$ <p>外周端では</p> $\sigma_r = \frac{3W}{2\pi t^3} \left[1 - \frac{2 r_1^2}{r^2 - r_1^2} \log \frac{r}{r_1} \right]$ <p>内周端では</p> $\text{Max } \Delta = - \frac{273 W}{400 \pi E t^3} \left[r^2 - r_1^2 - \frac{4 r^2 r_1^2}{r^2 - r_1^2} \left(\log \frac{r}{r_1} \right)^2 \right]$
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

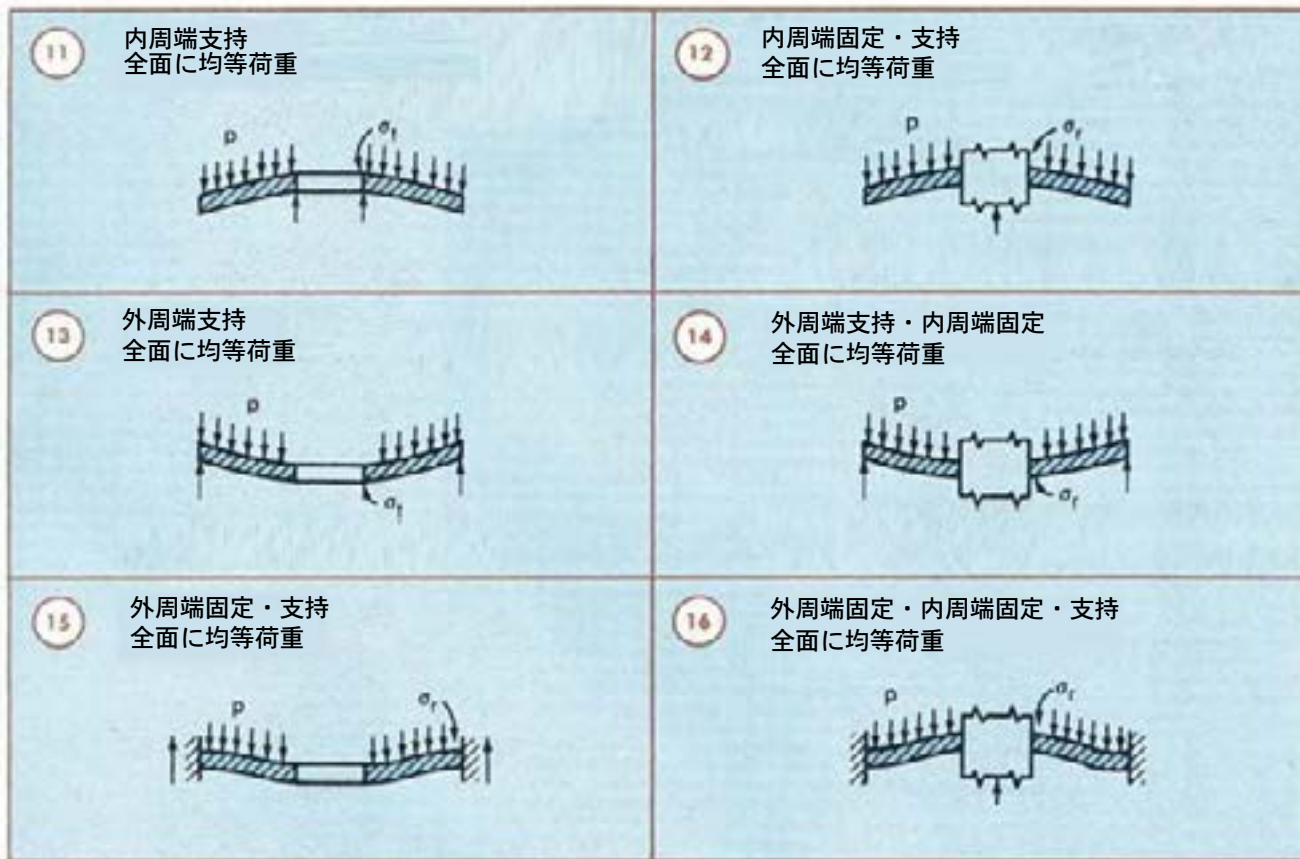


表1; 最大応力と変形の式における K の値

$$\sigma_{max} = \frac{K_1 p r^2}{t^2}$$

$$\sigma_{max} = \frac{K_1 W}{t^2}$$

$$\Delta_{max} = \frac{K_2 p r^4}{E t^3}$$

$$\Delta_{max} = \frac{K_2 W r^2}{E t^3}$$

Type of disc	Type of load	$\frac{r}{r_i} = 1.25$		$\frac{r}{r_i} = 1.5$		$\frac{r}{r_i} = 2.0$		$\frac{r}{r_i} = 3.0$		$\frac{r}{r_i} = 4.0$		$\frac{r}{r_i} = 5.0$	
		K_1	K_2	K_1	K_2	K_1	K_2	K_1	K_2	K_1	K_2	K_1	K_2
5	W	.199	.136	.345	.226	.557	.338	.832	.437	1.02	.480	1.16	.501
7	W	1.10	.341	1.26	.519	1.48	.672	1.88	.734	2.17	.724	2.34	.704
8	W	.194	.00504	.320	.0242	.454	.0810	.673	.172	1.02	.217	1.305	.238
9	W	.227	.00510	.428	.0249	.753	.0877	1.205	.209	1.51	.293	1.745	.350
10	W	.115	.00129	.220	.0064	.405	.0237	.703	.062	.933	.092	1.13	.114
11	p	.660	.202	1.19	.491	2.04	.902	3.34	1.22	4.30	1.30	5.10	1.31
12	p	.135	.00231	.410	.0183	1.04	.0938	2.15	.293	2.99	.448	3.69	.564
13	p	.592	.184	.976	.414	1.44	.664	1.88	.824	2.08	.830	2.19	.813
14	p	.122	.00343	.336	.0313	.740	.1250	1.21	.291	1.45	.417	1.59	.492
15	p	.105	.00199	.259	.0139	.480	.0575	.657	.130	.710	.162	.730	.175
16	p	.090	.00077	.273	.0062	.710	.0329	1.54	.110	2.23	.179	2.80	.234

以降のページの関連するグラフを参照

円形平板 (続き)

図1、各種の板と荷重の状況によるK1のカーブ

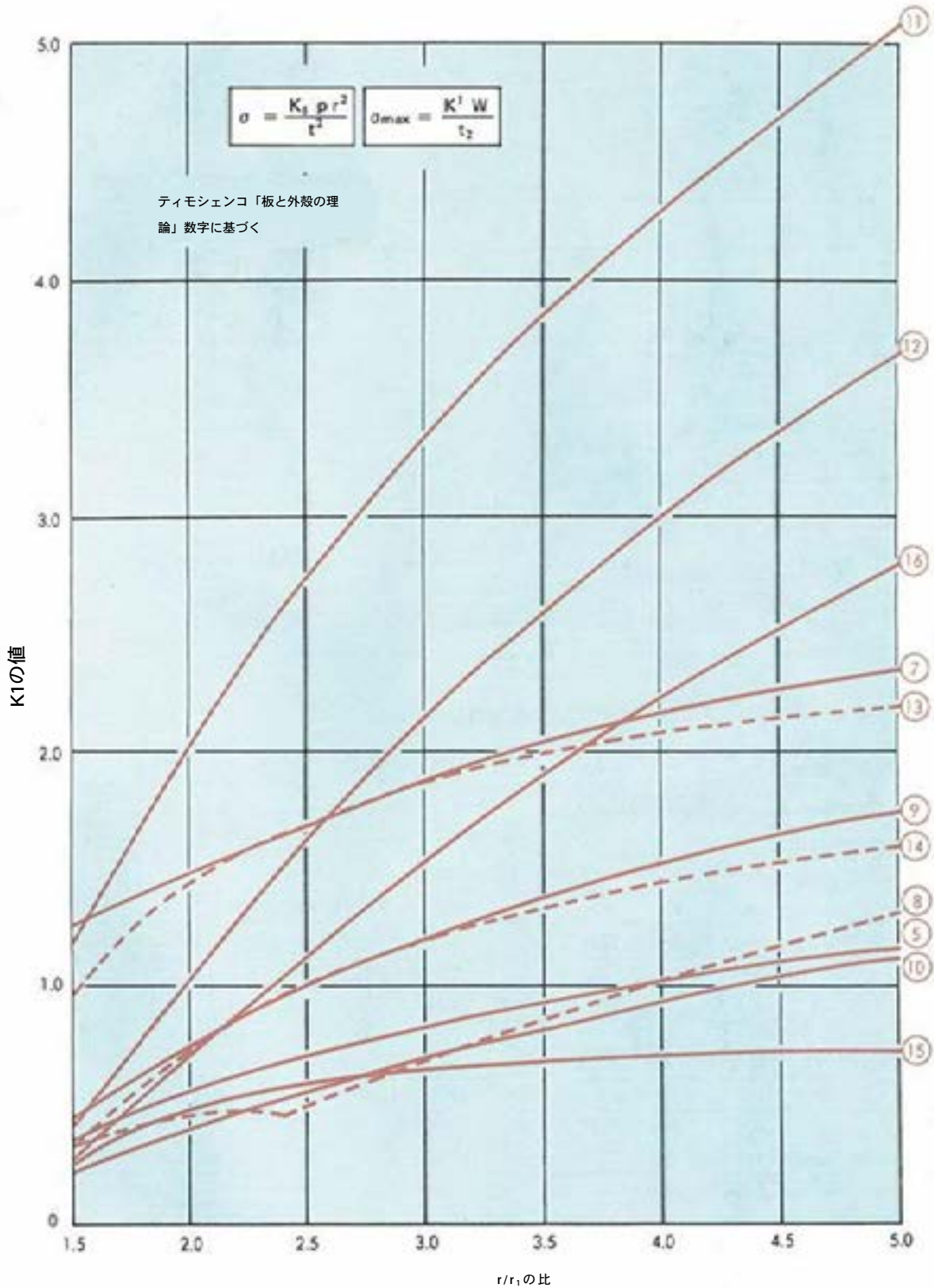
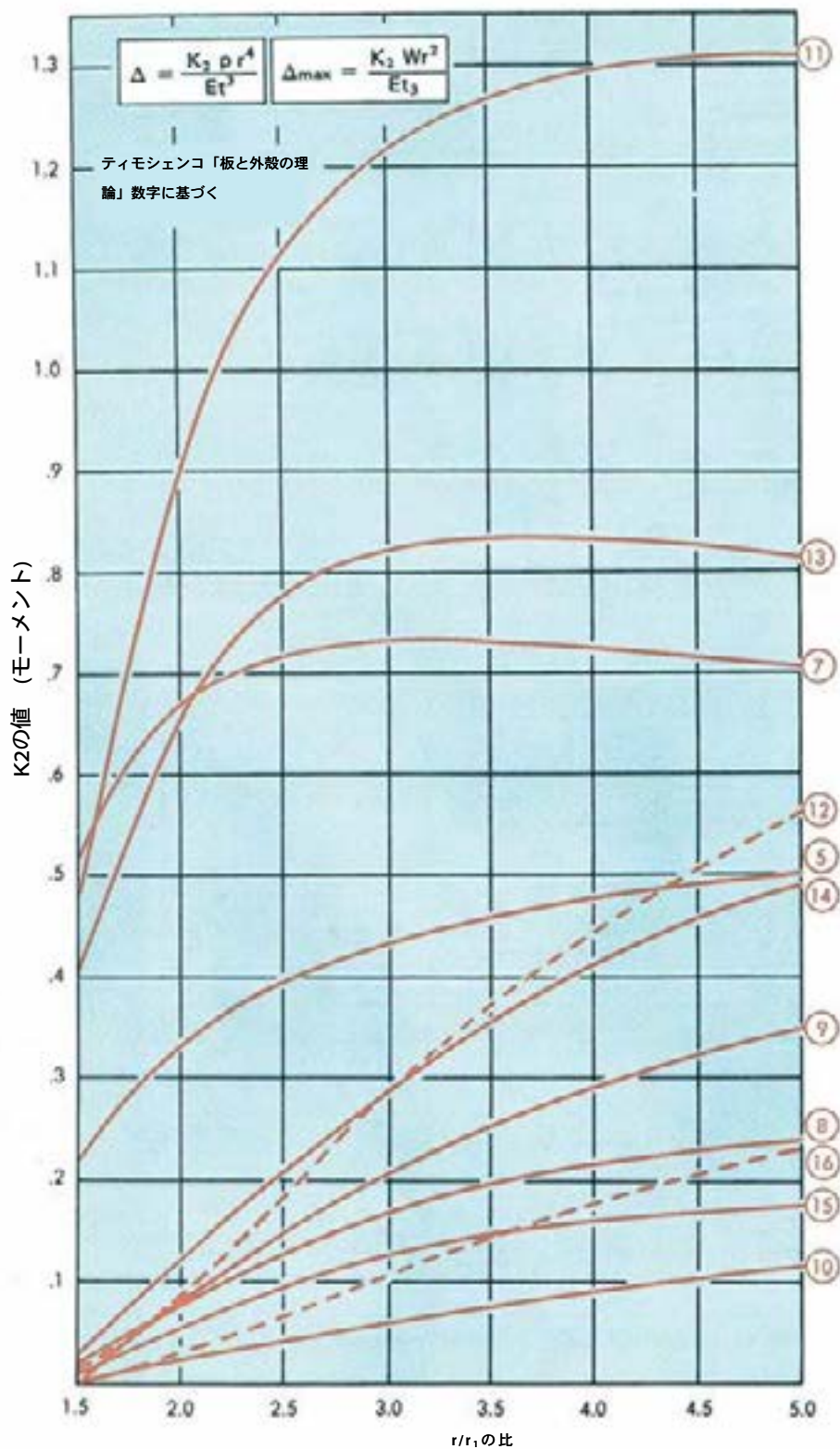


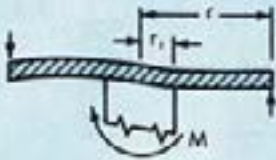
図2、各種の板と荷重状況によるK2のカーブ



円形平板 (続き)

17

外周支持
ハブにモーメント付加



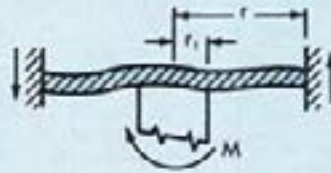
ハブ (r1)では

$$\text{ハブ (r1)では } \text{Max } \sigma_r = \frac{69 M}{40 \pi r_1 t^2} \log \frac{2(r-r_1)}{k r}$$

$$\text{ここで } k = \frac{.49 r^2}{(.7 r + r_1)^2}$$

18

外周固定・支持
ハブにモーメント付加



$$\text{ハブ (r1)では } \text{Max } \sigma_r = \frac{3M}{4 \pi r_1 t^2} \left[1 + 1.3 \log \frac{2(.45 r - r_1)}{.45 k r} \right]$$

$$\text{ここで } k = \frac{.1 r^2}{(.28 r + r_1)^2}$$

表2: 単純化された応力と回転式の α と β の値

$\frac{r}{r_1}$	$\frac{r_1}{r}$	支持端 17			固定端 18		
		β	β	α	β	β	α
		ロアーク	ティモシェンコ	ティモシェンコ	ロアーク	ライスネル	ライスネル
10.	.1	5.05	9.48	1.40	4.92	9.36	1.325
6.67	.15	3.70	6.26	1.06	3.60	6.09	.819
5.00	.20	2.75	4.62	.820	2.65	4.41	.597
4.00	.25	2.30	3.63	.643	2.20	3.37	.438
3.33	.30	2.00	2.95	.503	1.95	2.66	.321
2.86	.35		2.50	.391		2.13	.233
2.50	.40		2.06	.301		1.73	.167
2.22	.45		1.75	.228		1.41	.118
2.00	.50		1.49	.169		1.14	.081
1.82	.55		1.27	.121		.93	.0542
1.67	.60		1.07	.0844		.75	.035
1.54	.65		.89	.0560		.60	.0216
1.43	.70		.73	.0356		.47	.0125
1.33	.75		.59	.0199		.36	.0067
1.25	.80		.45	.0101		.26	.0032

表: ロアークの「応力とひずみ計算式」より

LEE MERRIS, VIRGINIA; CLAY, JAMES, M; CLAY, LEE A; DORMAN, VIRGINIA, DESIGN OF MACHINE ELEMENTS, 4th Edition, (c) 1965, pp. 566-571, 576-581, 595. 上記は Pearson Education, Inc. Upper Saddle River, NJの許可のもとに転載しています。