

梁の図面と計算式

以下の梁の図面と計算式は鉄の溶接の設計に役立つと認められたものです。

正(+)と負(-)が方程式に使用されている、正(+)と負(-)を含む記号が、必ずしも正しくない場合がありますのでご注意ください。また、以下の情報は一般向けの参考として提供されるもので、内容についての保証をするものではありません。

せん断図面において基準線の上は正(+)です

せん断図面において基準線の下は負(-)です

正(+)のせん断の左側の反作用は上向き(+)です

負(-)のせん断の左側の反作用は下向き(-)です

正(+)のせん断の右側の反作用は下向き(-)です

負(-)のせん断の右側の反作用は上向き(+)です

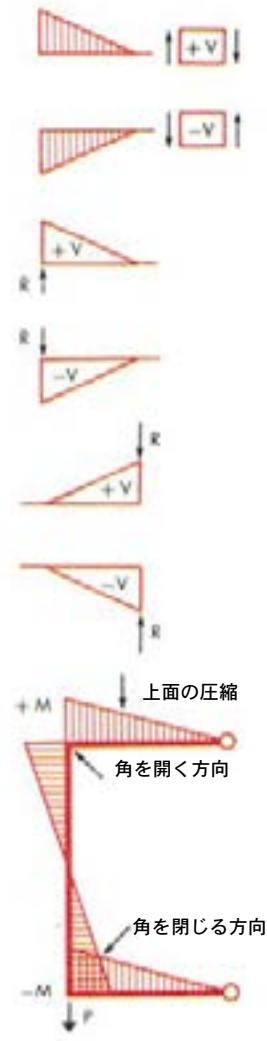
基準線の上のモーメントは(+)です
ファイバ上面の圧縮曲げ応力は角の接続部を開く作用をします

圧縮応力としての同じ側のモーメント図

基準線の下はモーメントは(-)です
ファイバ下面の圧縮曲げ応力は角の接続部を閉じる作用をします

スロープ角、 θ

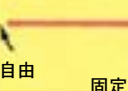
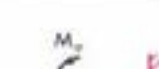
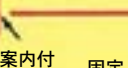
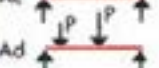
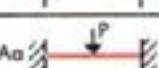
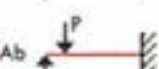
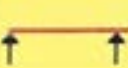
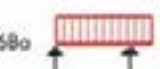
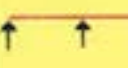
時計回りの回転は(-)、反時計方向の回転は(+)



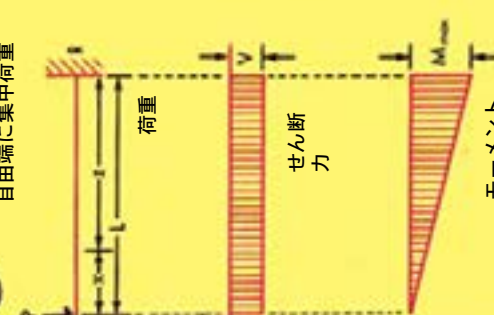
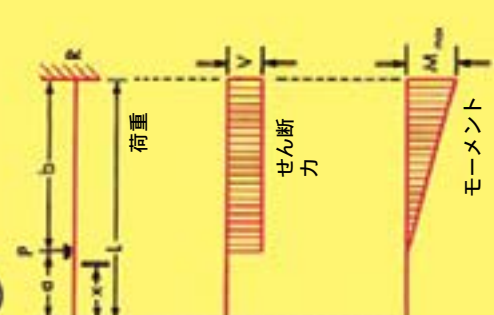
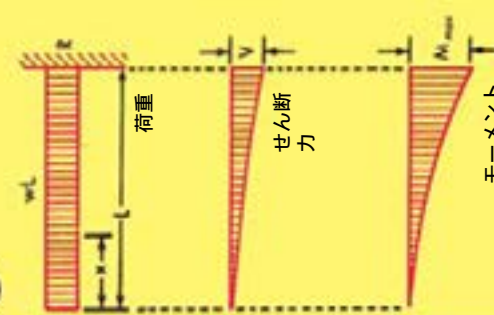
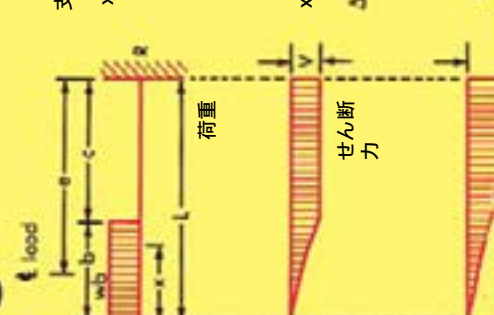
次のページはいろいろな梁の図面と式が簡単に分かるようにしました。梁の型を数字で、荷重の型を大文字で示しています。

ある条件で、影響線(インフレンスライン)が重要な変数の影響を表すために入っています。これらは基本的な梁の図面番号に対応しており、図面になるべく近いところに配置されています。

各種梁の荷重条件別の計算式の見出し(計算式は次ページ以降)

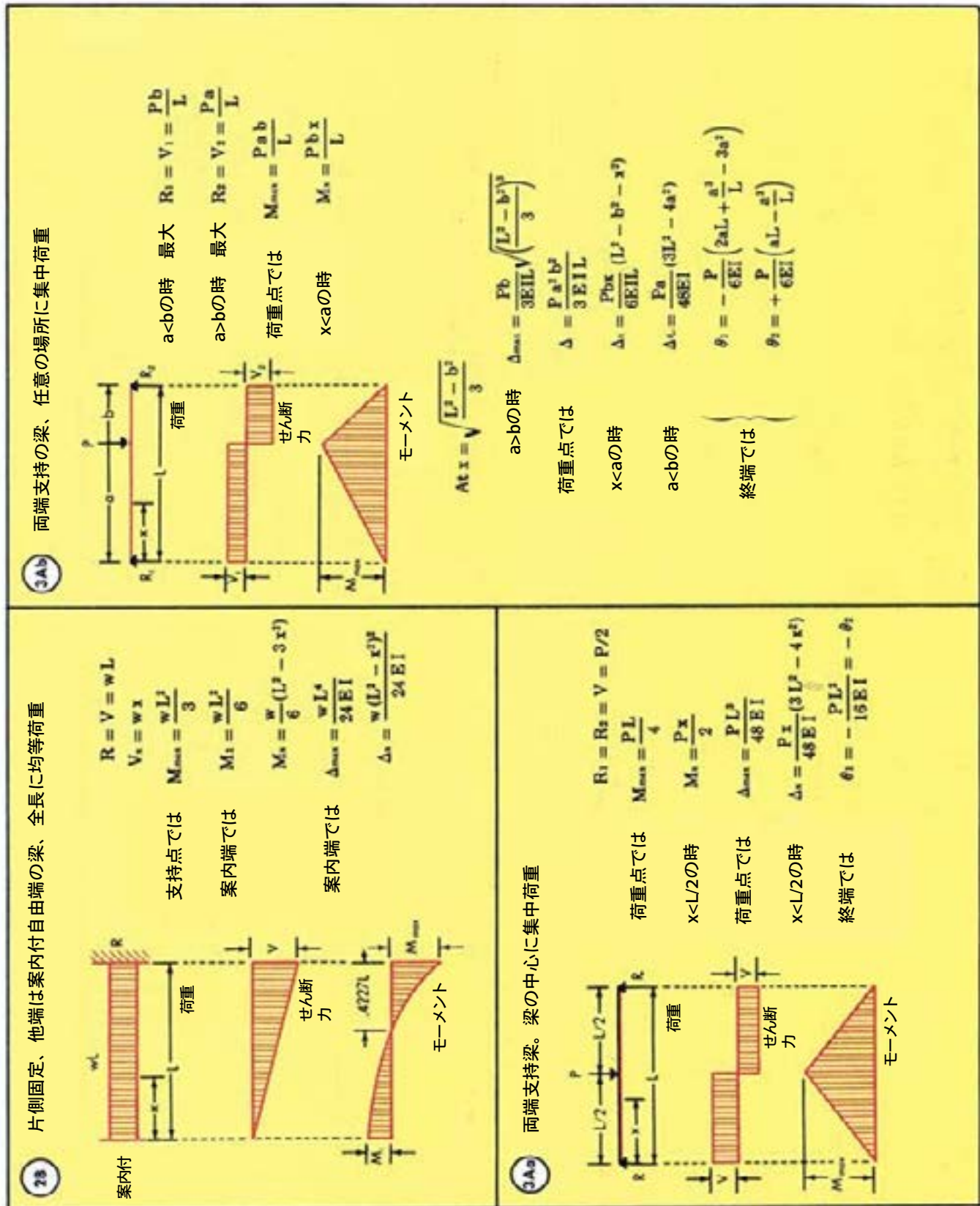
荷重の タイプ 梁の タイプ	集中荷重  (A)	等分布荷重  (B)	偏心分布荷重  (C)	等偏分布荷重  (D)	モーメント  (E)
① 片持ち梁  自由 固定	1Aa  1Ab 	1B 	1C 	1Da  1Db 	1E 
② 案内付  案内付 固定	2A 	2B 			
③ 短銃ん支持  支持	3Aa  3Ab  3Ac  3Ad 	3B 	3C 	3Da  3Db  3Dc 	3Ea  3Eb  3Ec 
④ 固定  固定	4Aa  4Ab  4Ac 	4Ba  4Bb 	4C 	4D 	4E 
⑤ 支持  支持 固定	5Aa  5Ab 	5B 	5C 	5Da  5Db 	5E 
⑥ はねだし単純梁 	6Aa  6Ab 	6Ba  6Bb 	6Ca  6Cb 		
⑦ 2スパンの連続梁 	7Aa  7Ab 	7B 		7D  3D参照 ㊦	他の多スパン 荷重条件につ いては⑦の説 明参照 ㊦

梁の図面と計算式 (続き)

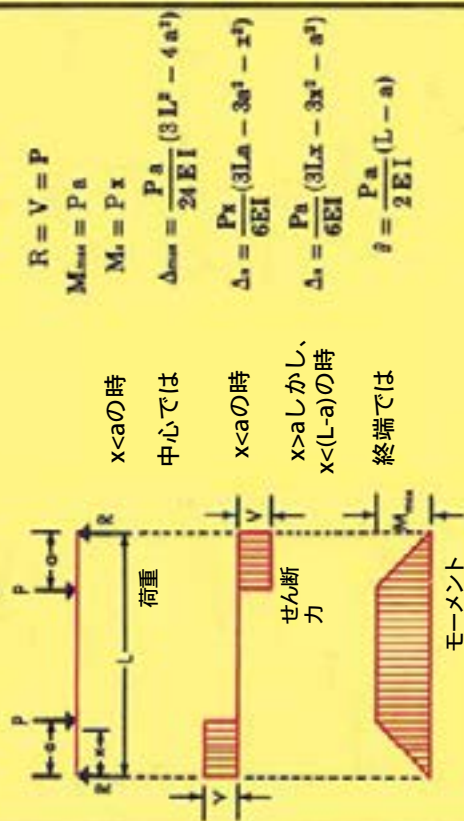
1A0 片持ち梁(カンチレバー) 自由端に集中荷重  支持点では 自由端では $R = V = P$ $M_{max} = PL$ $M_x = Px$ $\Delta_{max} = \frac{PL^3}{3EI}$ $\Delta_x = \frac{P}{6EI}(2L^3 - 3L^2x + x^3)$ $= \frac{Px^3}{6EI}(3L - x)$	1Ab 片持ち梁(カンチレバー) 任意の点に集中荷重  支持点では $x > a$の時 自由端では 荷重点では $x < a$の時 $R = V = P$ $M_{max} = Pb$ $M_x = P(x - a)$ $\Delta_{max} = \frac{Pb^3}{6EI}(3L - b)$ $\Delta = \frac{Pb^3}{3EI}$ $\Delta_x = \frac{Pb^3}{6EI}(3L - 3x - b)$ $\Delta_x = \frac{P(L - x)^3}{6EI}(3b - L + x)$
1B 片持ち梁(カンチレバー) 全体に均等荷重  支持点では 自由端では $R = V = wL$ $V_x = wx$ $M_{max} = \frac{wL^2}{2}$ $M_x = \frac{wx^2}{2}$ $\Delta_{max} = \frac{wL^4}{8EI}$ $\Delta_x = \frac{w}{24EI}(x^4 - 4L^3x + 3L^4)$	1C 片持ち梁(カンチレバー) 自由端に一部分布荷重  支持点では $x < b$の時 自由端では $x < b$の時 $x > b$の時 $R = V = wb$ $M_{max} = wbe$ $M_x = \frac{wx^2}{2}$ $M_x = \frac{wb}{2}(b - 2x)$ $\Delta_{max} = \frac{wb}{48EI}(8e^3 - 24e^2L - b^3)$ $\Delta_x = \frac{w}{48EI}[8be^3 - 24be^2(L - x) + 2b^2x - b^3 - 2x^3]$ $\Delta_x = \frac{wb}{48EI}[8e^3 - 24e^2(L - x) - (2x - b)^3]$ $\theta = + \frac{wb}{24EI}(b^2 + 12e^2)$

1D_a 片持ち梁(カンチレバー) 自由端から支持点まで一定増加荷重 荷重 せん断力 モーメント 支持点では $R = V = W$ $V_x = \frac{2Wx}{L^2} \left(L - \frac{x}{2} \right)$ $M_{max} = \frac{2WL}{3}$ $M_x = \frac{Wx^2}{3L^2} (x - 3L)$ $\Delta_{max} = \frac{11WL^3}{60EI}$ $\Delta_x = \frac{W}{60EI} [L^4(15x - 11L) - x^4(5L - x)]$ 自由端では $\theta = + \frac{WL^2}{4EI}$	10_b 片持ち梁(カンチレバー) 支持点から自由端まで一定増加荷重 荷重 せん断力 モーメント 支持点では $R = V = W$ $V_x = \frac{2Wx}{L^2} \left(L - \frac{x}{2} \right)$ $M_{max} = \frac{2WL}{3}$ $M_x = \frac{Wx^2}{3L^2} (x - 3L)$ $\Delta_{max} = \frac{11WL^3}{60EI}$ $\Delta_x = \frac{W}{60EI} [L^4(15x - 11L) - x^4(5L - x)]$ 自由端では $\theta = + \frac{WL^2}{4EI}$
1E 片持ち梁(カンチレバー) 自由端にモーメント付加 荷重 せん断力 モーメント 自由端では $R = V = 0$ $M_x = M_0$ $\Delta_{max} = \frac{M_0 L^2}{2EI}$ $\Delta_x = \frac{M_0}{2EI} (L - x)^2$ $\theta = - \frac{M_0 L}{EI}$ 自由端では	2A 片持ち梁、他端は案内付自由端 案内端に集中荷重 荷重 せん断力 モーメント 両端で $R = V = P$ $M_{max} = \frac{PL}{2}$ $M_x = P \left(\frac{L}{2} - x \right)$ $\Delta_{max} = \frac{PL^3}{12EI}$ $\Delta_x = \frac{P(L-x)^3}{12EI} (L + 2x)$ 案内端では

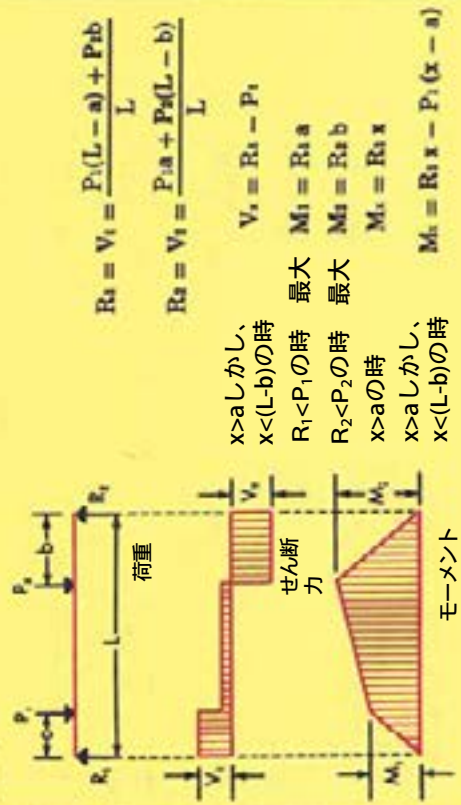
梁の図面と計算式 (続き)



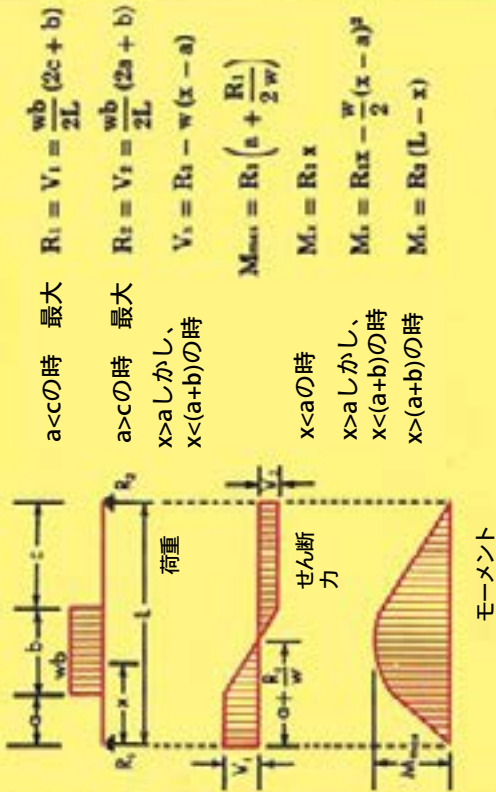
3A.c 両端支持梁 梁の中心に集中荷重



3A.d 両端支持梁 端部から不等距離に不等集中荷重



3C 両端支持の梁 スパン上に部分的に分散荷重



$a = c$ の時

$$R = V = \frac{w b}{2}$$

$$V_x = w \left(a + \frac{b}{2} - x \right)$$

$$M_{max} = \frac{w b}{2} \left(a + \frac{b}{4} \right)$$

$$M_x = \frac{w b x}{2}$$

$$M_x = \frac{w b x}{2} - \frac{w}{2} (x - a)^2$$

$$\Delta_c = \frac{w b}{384 E I} (-8 L^3 + 4 b^2 L - b^3)$$

中心では

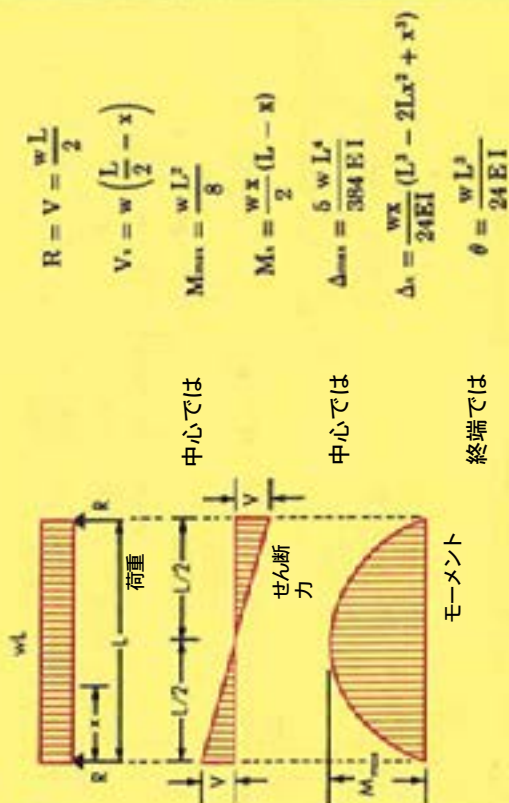
$x < a$ の時

$x > a$ の時
 $x < (a + b)$ の時

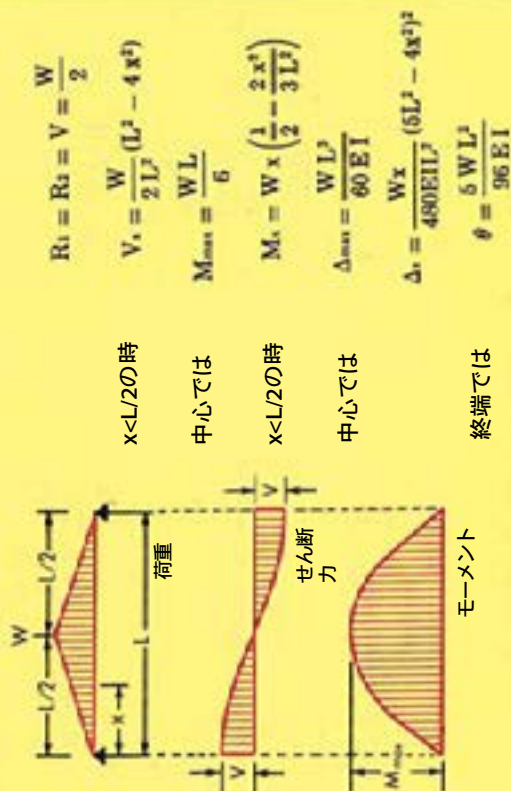
中心では

梁の図面と計算式 (続き)

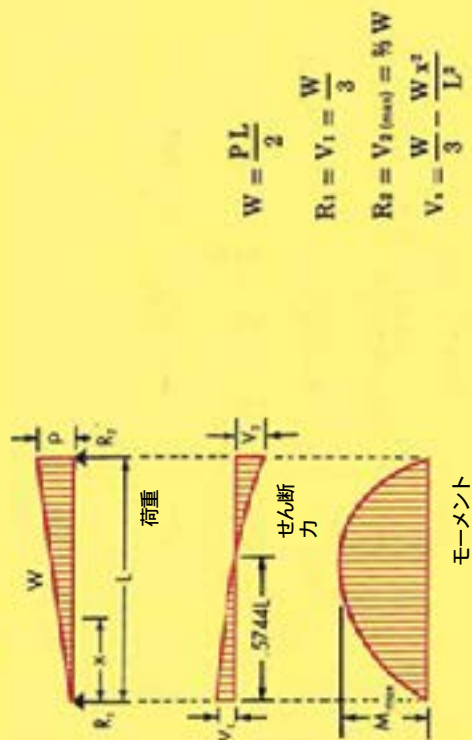
3B 両端支持梁 全長に均等荷重



3Db 両端支持梁 中心向かって均等に増加する荷重



3Dc 両端支持梁 片方の端に向かって増加する荷重



x = L/√3 = .5744 L では

$$M_{max} = \frac{2}{9\sqrt{3}} WL = .1283 WL$$

$$M_x = \frac{Wx}{3L^2} (L^2 - x^2)$$

x = L√(1 - √(8/15)) = .5193 L では

$$\Delta_{max} = .01304 \frac{WL^3}{EI}$$

$$\Delta_x = \frac{Wx}{180EI L^2} (3x^4 - 10L^2x^2 + 7L^4)$$

中心では

$$\Delta_c = \frac{5}{384} \frac{WL^3}{EI}$$

終端では

$$\theta_1 = -\frac{7}{180} \frac{WL^2}{EI}$$

$$\theta_2 = +\frac{8}{180} \frac{WL^2}{EI}$$

タンク類の壁面に適用される梁の計算式
(p=圧力 psi、m=対象のパネルの幅)

3Dc



$$R_1 = \frac{p h m}{6} \quad R_2 = \frac{p h m}{3} = V_{max}$$

$$M_{max} = \frac{p h^3 m}{9 \sqrt{3}} = .0642 p h^3 m$$

$$M_x = \frac{p x m}{6 h} (h^2 - x^2)$$

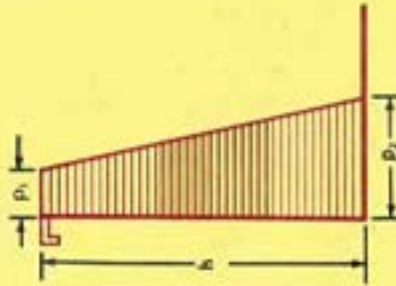
$$\Delta \epsilon = \frac{5 p h^4 m}{768 E I}$$

$$\Delta x = \frac{p x m}{360 E I h} (3 x^4 - 10 h^2 x^2 + 7 h^4)$$

$$\Delta_{max} = .00652 \frac{p h^4 m}{E I}$$

(x = .5193hの時)

3Dc



$$M_{\epsilon} = \frac{h^2 m}{16} (p_1 + p_2) *$$

$$\Delta \epsilon = \frac{5 h^4 m}{768 E I} (p_1 + p_2) *$$

$$V_{max} = \frac{m h}{6} (p_1 + 2 p_2)$$

(*の数値は最大値の98%以下)

7D



最大モーメントは以下の条件で最少

$$a = .57 h$$

$$b = .43 h$$

$$M_{max} = .0147 p h^2 m$$

(中間サポート2で負のモーメント)

$$R_1 = + .030 p h m$$

$$R_2 = + .320 p h m$$

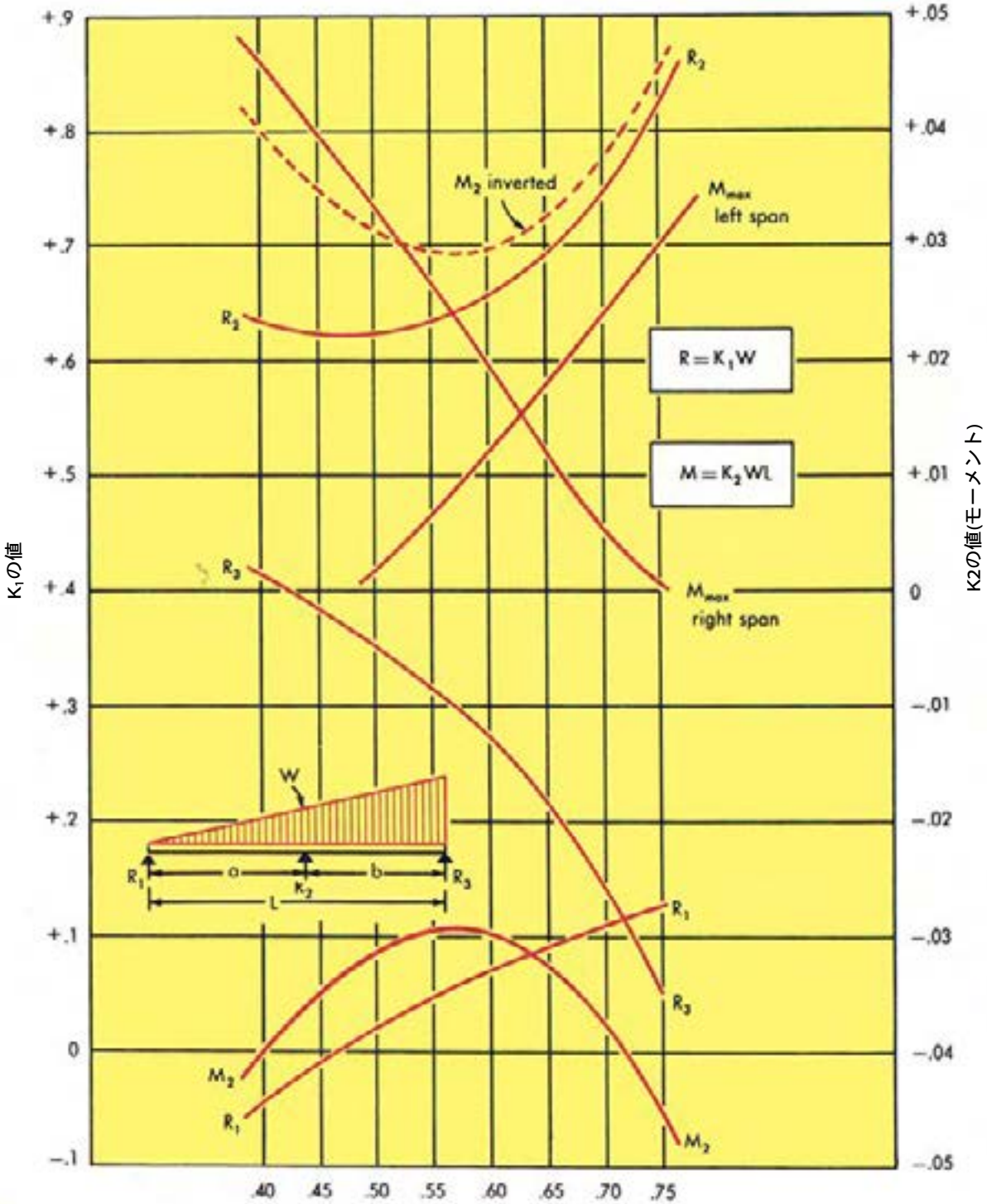
$$R_3 = + .150 p h m$$

$$V_{max} = + .188 p h m$$

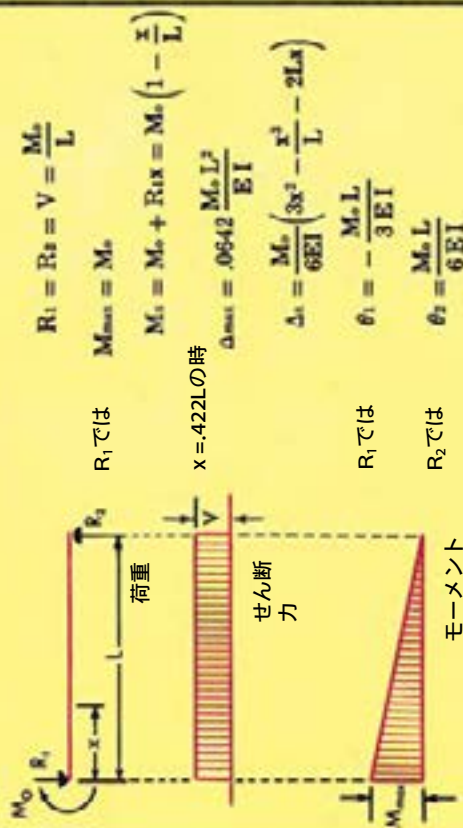
(中間サポート2において)

梁の図面と計算式（続き）

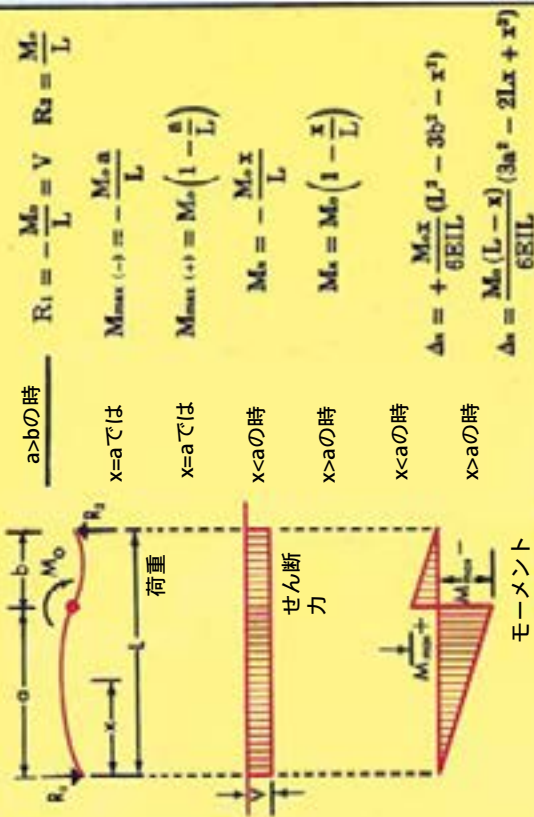
7D



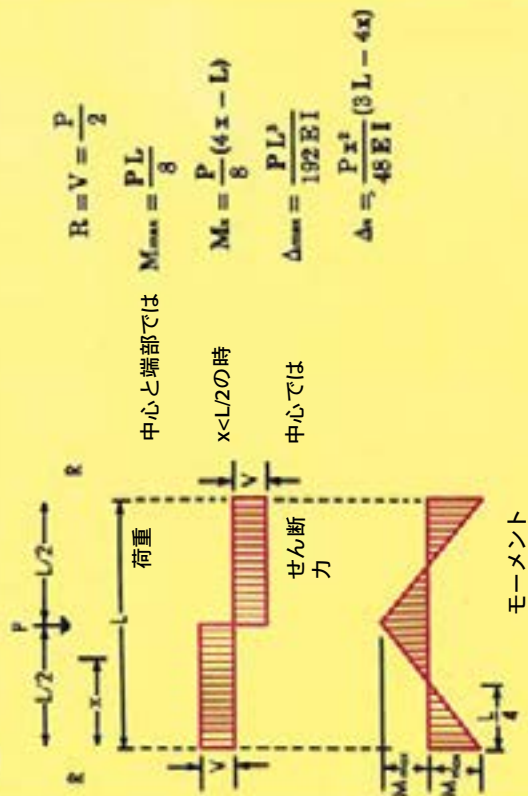
3f6 両端支持梁 モーメントを一端に付加



3f6 両端支持梁 任意の位置にモーメント付加



4A6 両端固定梁 梁の中間に集中荷重



梁の図面と計算式 (続き)

4Ab 両端支持梁 任意の位置に集中荷重

荷重

せん断力

モーメント

$$R_1 = V_1 = \frac{P b^2}{L^3} (3a + b)$$

$$R_2 = V_2 = \frac{P a^2}{L^3} (a + 3b)$$

$$M_1 = \frac{P a b^2}{L^3}$$

$$M_2 = \frac{4 P L}{27}$$

$$M_3 = \frac{P a^2 b}{L^3}$$

$$M_4 = \frac{4 P L}{27}$$

$a < b$ の時最大

$a > b$ の時最大

$a < b$ の時最大

$a = \frac{1}{3} L$ の時最大で

$a > b$ の時最大

$a = \frac{2}{3} L$ の時最大で

4Ac 両端支持梁 任意の位置にモーメント付加

荷重

せん断力

モーメント

$$R_1 = -R_2 = V = \frac{M_2 - M_1}{L}$$

$$M_1 = (M_2 - M_1) \frac{x}{L} + M_1$$

$$\Delta_1 = \frac{x(L-x)}{6EI} [M_1(2L-x) + M_2(L+x)]$$

$$x_1 = \frac{6M_1 L \pm \sqrt{36M_1^2 L^2 - 12(M_1 - M_2)L^2(2M_1 + M_2)}}{6(M_1 - M_2)}$$

$$\theta_1 = -\frac{L}{6EI} (2M_1 + M_2)$$

$$\theta_2 = +\frac{L}{6EI} (M_1 + 2M_2)$$

Max Δ と θ が0では

終端では

$$x = -\frac{M_1 L}{M_2 - M_1}$$

半曲点では $M_x = \text{ゼロ}$

4Bc 両端支持梁 任意の位置に集中荷重

荷重

せん断力

モーメント

$$M_1 = R_1 x - \frac{P a b^2}{L^2}$$

$$M_2 = \frac{2 P a^2 b^2}{L^2}$$

$$\Delta_{max} = \frac{2 P a^3 b^2}{3 E I (3 a + b)^2}$$

At $x = \frac{2 a L}{3 a + b}$

$x < a$ の時

荷重点では

荷重点では

$x < a$ の時

中心では

$$\Delta = \frac{P a^3 b^2}{3 E I L^3}$$

$$\Delta_1 = \frac{P b^2 x^2}{6 E I L^3} (3 a L - 3 a x - b x)$$

$$\Delta_2 = \frac{P L^2}{48 E I} (3 K - 4 K^2)$$

(ここで $K = a/L$ 且つ $a < L/2$)

4Cc 両端支持梁 任意の位置に集中荷重

荷重

せん断力

モーメント

$$x = -\frac{M_1 L}{M_2 - M_1}$$

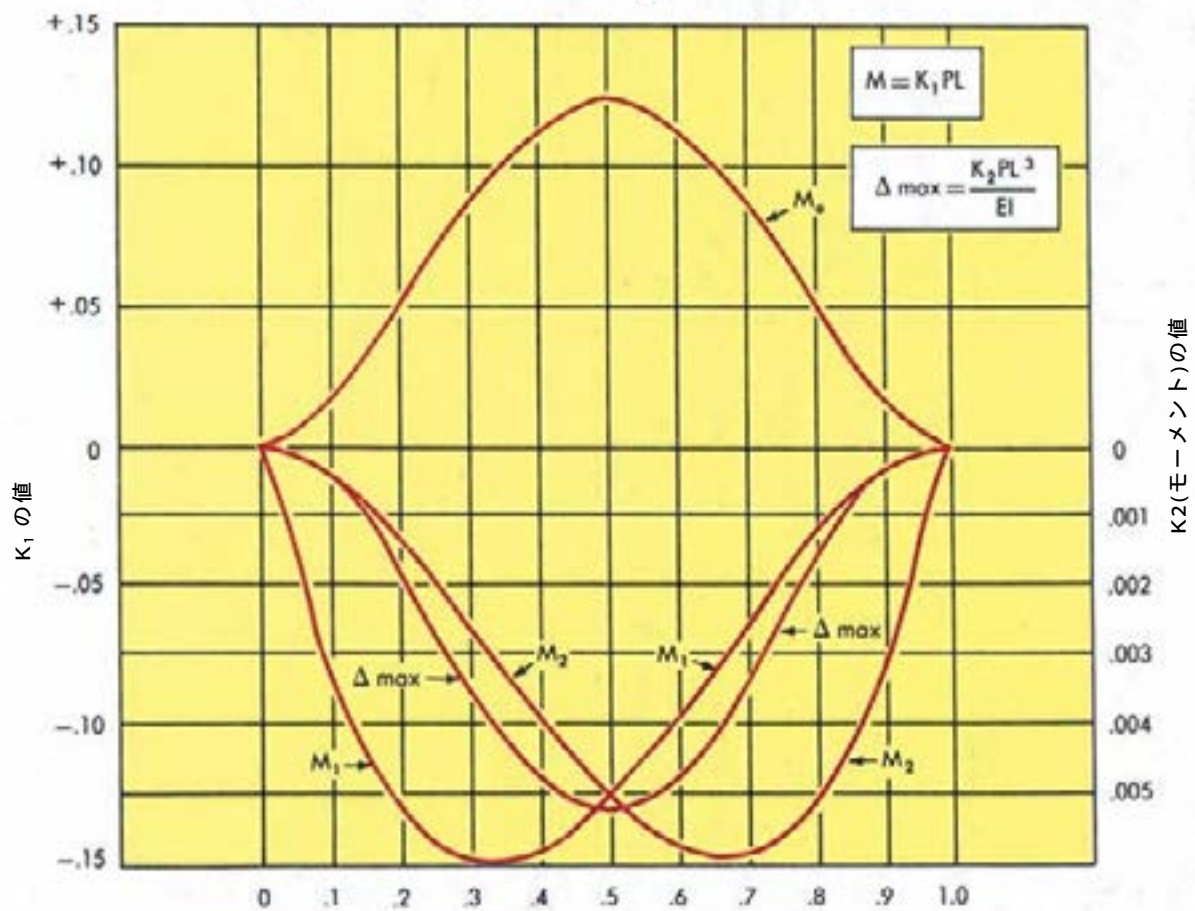
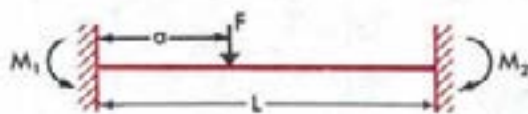
半曲点では $M_x = \text{ゼロ}$

M_1 と M_2 の符号が逆の場合、上の式は有効。
モーメントの実際の符号を使用

4Ab

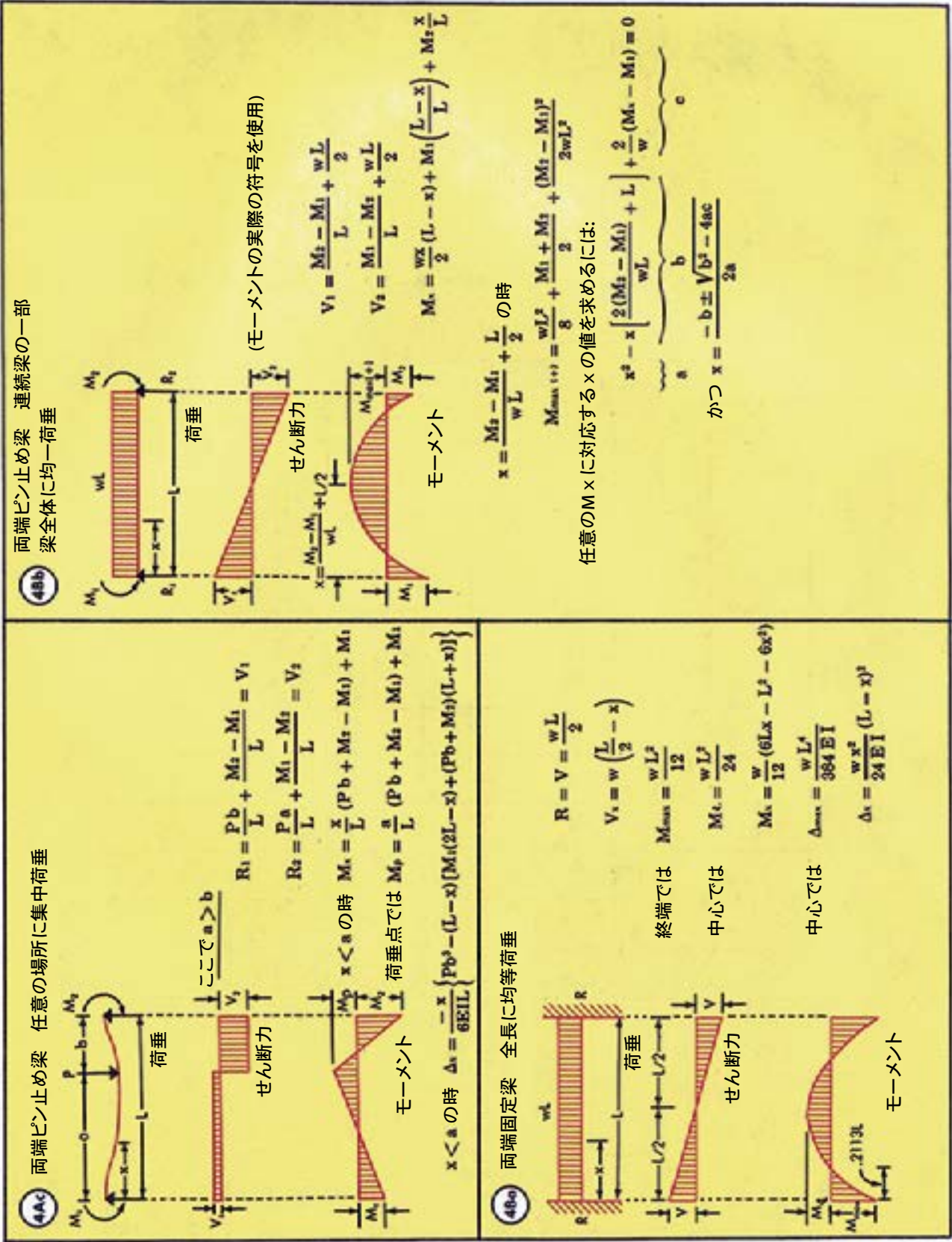
影響線

モーメント M_a 、 M_1 、 M_2 及び Δ_{max}

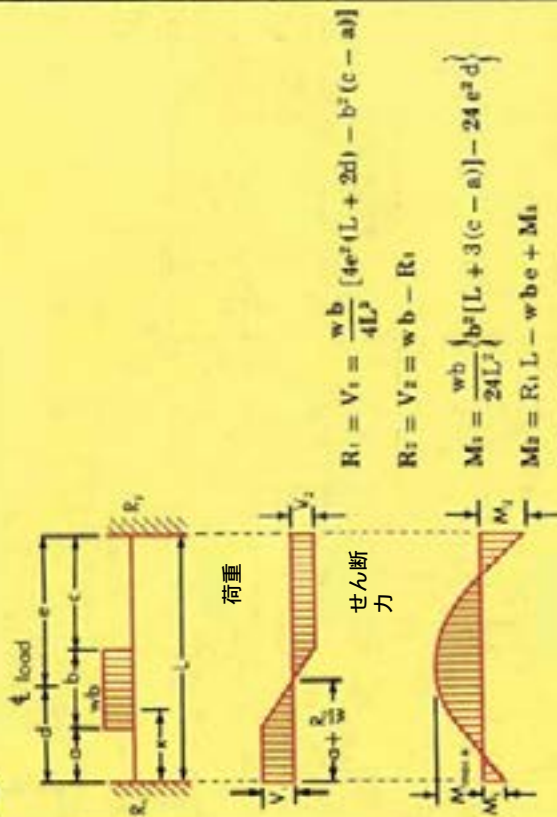


付加

梁の図面と計算式 (続き)



4C 両端固定梁 梁の一部に部分均等荷重



$$R_1 = V_1 = \frac{wb}{4L^3} [4e^2(L + 2d) - b^2(c - a)]$$

$$R_2 = V_2 = wb - R_1$$

$$M_1 = \frac{wb}{24L^2} \{ b^2[L + 3(c - a)] - 24e^2d \}$$

$$M_2 = R_1 L - wbe + M_1$$

モーメント

$$At\ x = a + \frac{R_1}{w}$$

$$M_{max} = M_1 + R_1 \left(a + \frac{R_1}{2w} \right)$$

$$M_2 = M_1 + R_1 x$$

$$M_1 = M_2 + R_1 x - \frac{w}{2} (x - a)^2$$

$$\Delta_1 = \frac{1}{6EI} (3M_1 x^2 + R_1 x^3)$$

$$\Delta_2 = \frac{1}{24EI} [12M_1 x^2 + 4R_1 x^3 - w(x - a)^4]$$

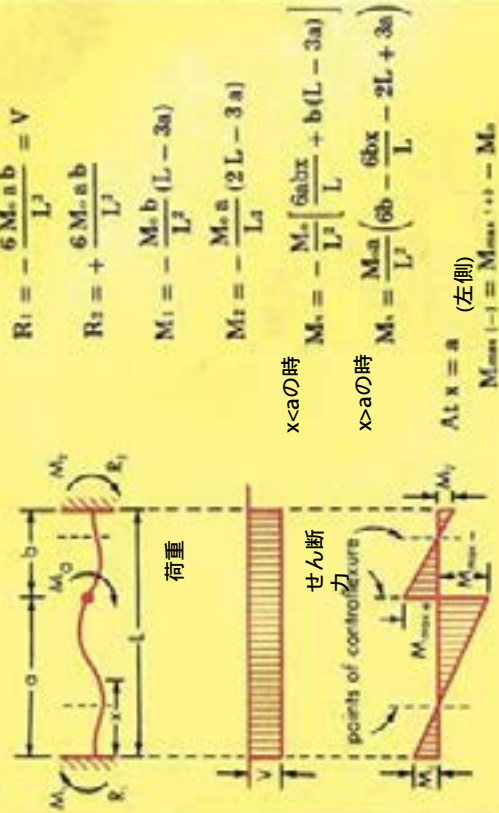
$x < a$ の時

$x > a$ の時
しかし $x < (a+b)$

$x < a$ の時

$x > a$ の時
しかし $x < (a+b)$

4E 両端固定梁 モーメントを任意の位置に付加



$$R_1 = -\frac{6M_0ab}{L^3} = V$$

$$R_2 = +\frac{6M_0ab}{L^3}$$

$$M_1 = -\frac{M_0b}{L^3} (L - 3a)$$

$$M_2 = -\frac{M_0a}{L^3} (2L - 3a)$$

$$x < a \text{の時} \quad M_x = -\frac{M_0}{L^3} \left[\frac{6abx}{L} + b(L - 3a) \right]$$

$$x > a \text{の時} \quad M_x = -\frac{M_0a}{L^3} \left(6b - \frac{6bx}{L} - 2L + 3a \right)$$

At $x = a$ (左側)

$$M_{max} (-) = M_{max} (+) - M_0$$

モーメント

At $x =$ (右側)

$$M_{max} (+) = M_0 \left[-\frac{6a^2b}{L^3} - \frac{b}{L^3} (L - 3a) + 1 \right]$$

$$x = -\frac{2M_1}{R_1} = -\frac{L(L - 3a)}{3a}$$

で

$$\Delta_{max} (+) = +\frac{M_0b(L - 3a)^3}{54EIa^2}$$

$$\Delta_{max} (-) = -\frac{M_0a(2L - 3a)^3}{54EIb^2}$$

もし $a > L/3$ ならば

$x = L/3$ で

もし $a < L/3$ ならば

$x < a$ の時

$x > a$ の時

中心では

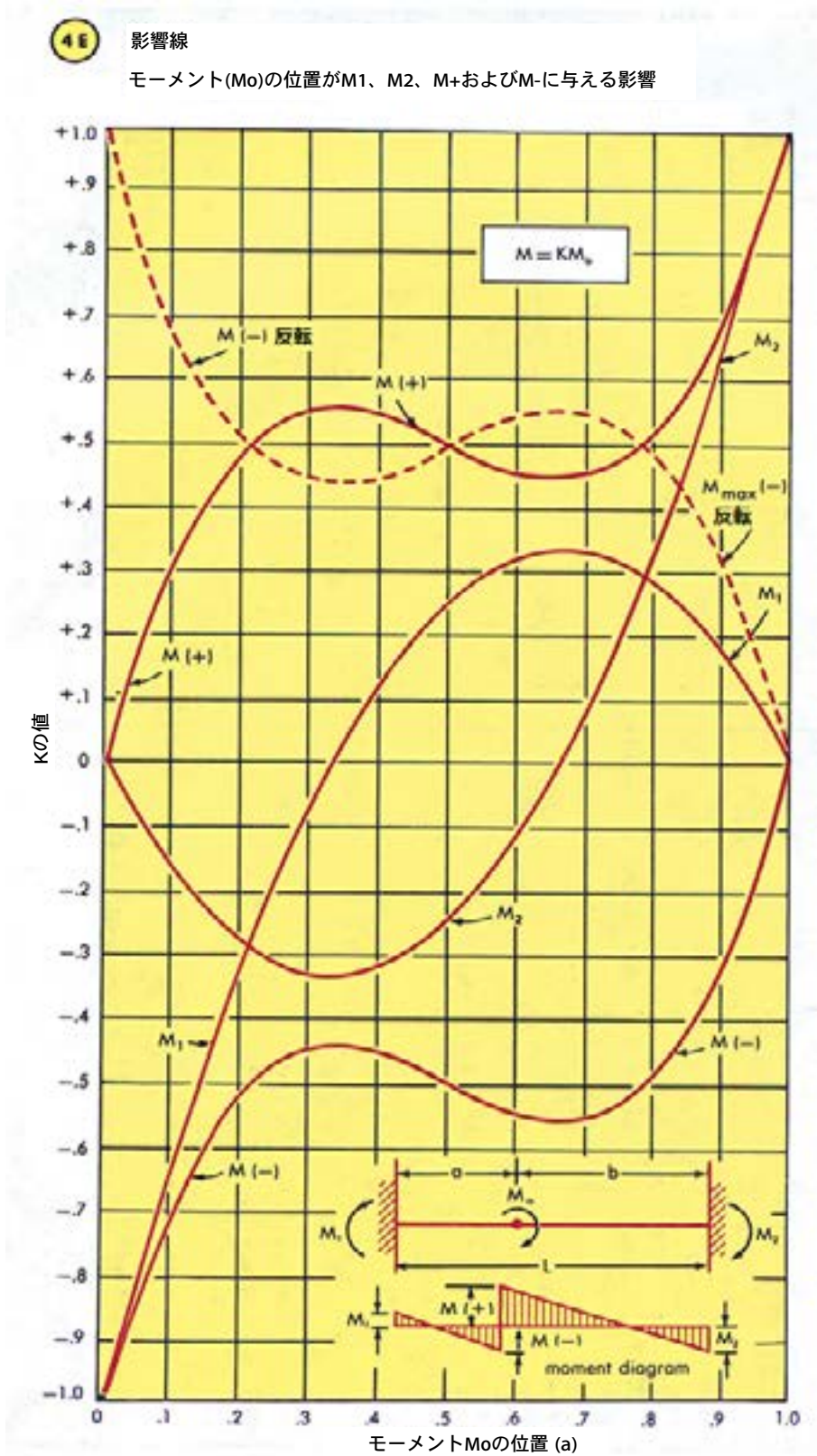
中心では

$$M_1 = -\frac{M_0}{L^3} (3ab + b(L - 3a))$$

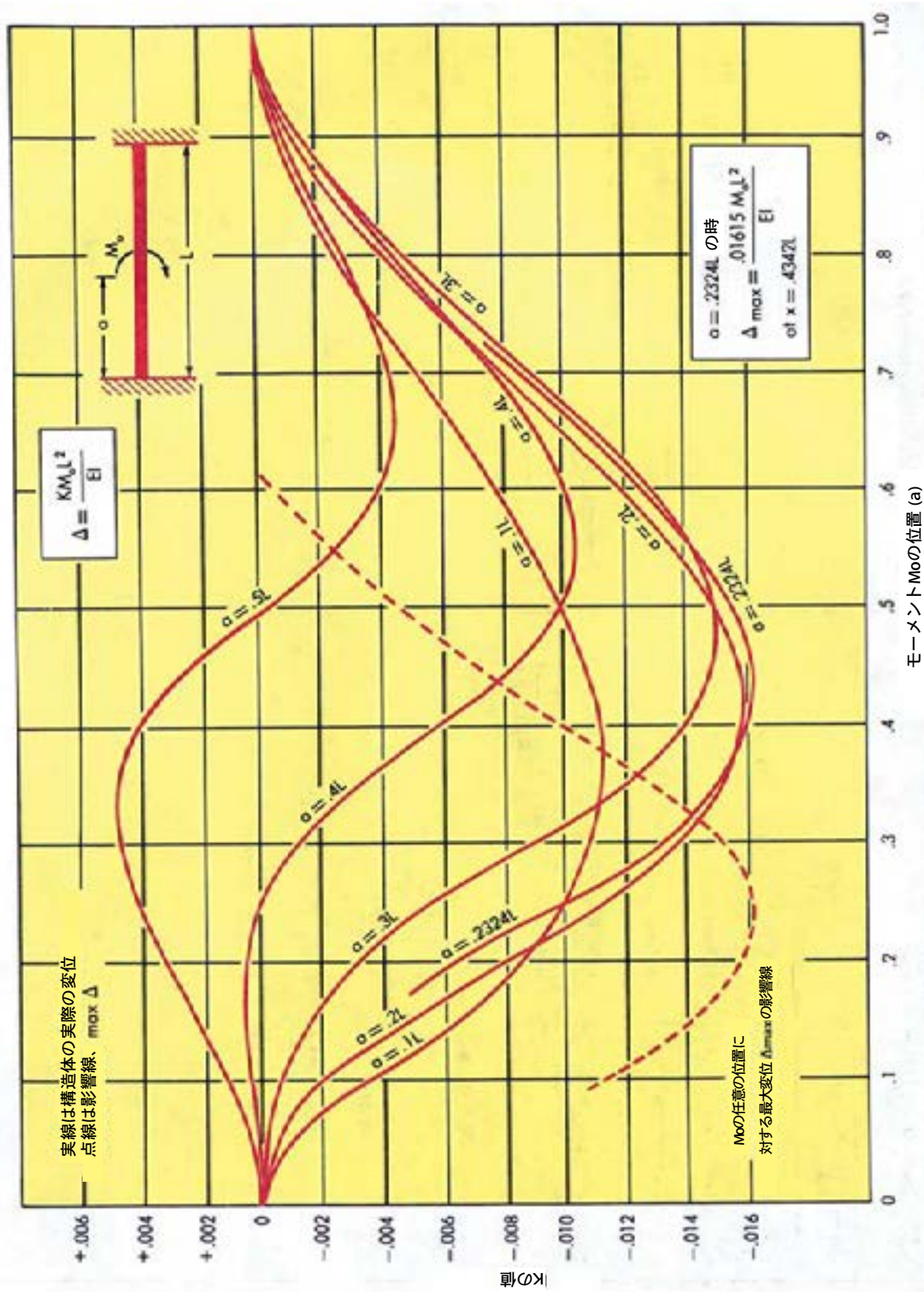
$$\Delta_{max} = -\frac{.01615 M_0 L^2}{EI}$$

最大変位
 $a = .2324L$ の時

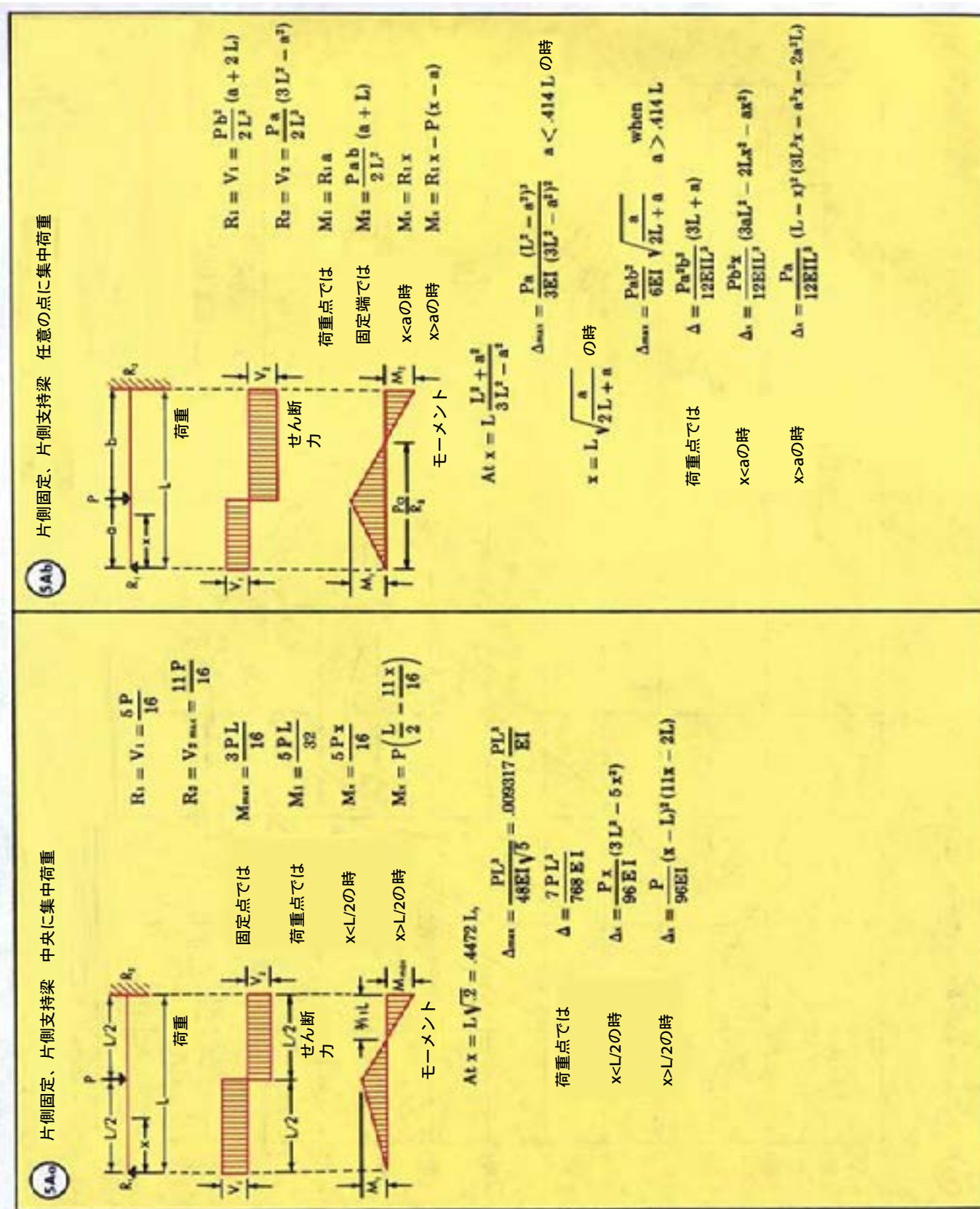
梁の図面と計算式 (続き)



最大変位の影響線

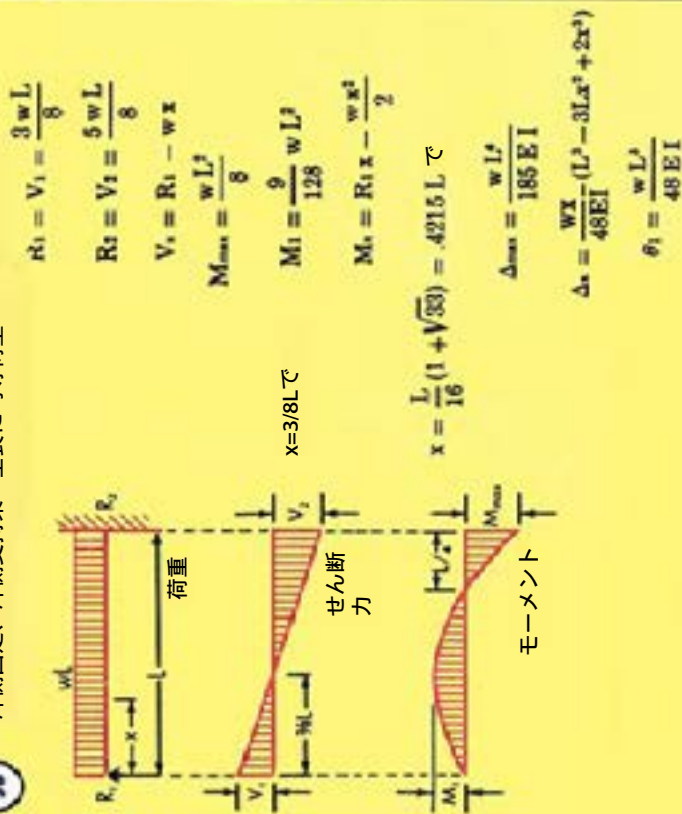


梁の図面と計算式 (続き)



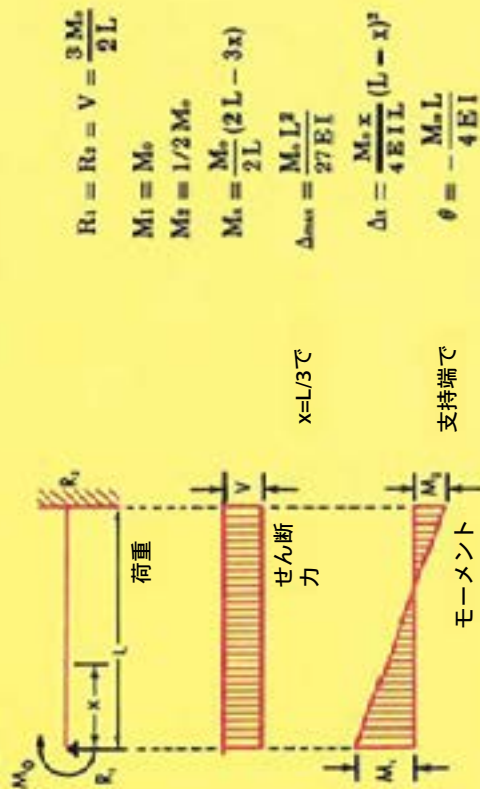
片側固定、片側支持梁 全長に均等荷重

58



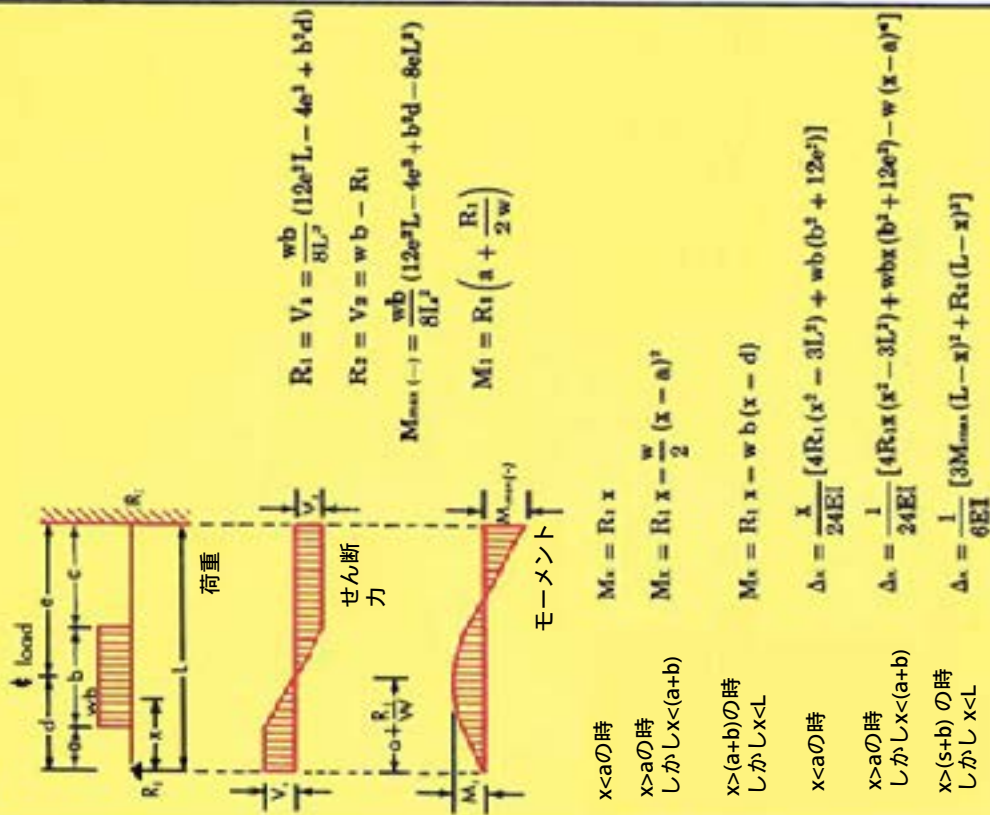
片側固定、片側支持梁 支持端にモーメント付加

59



片側固定、片側支持梁 一部に均等荷重

59



$x < a$ の時

$x > a$ の時
しかし $x < (a+b)$

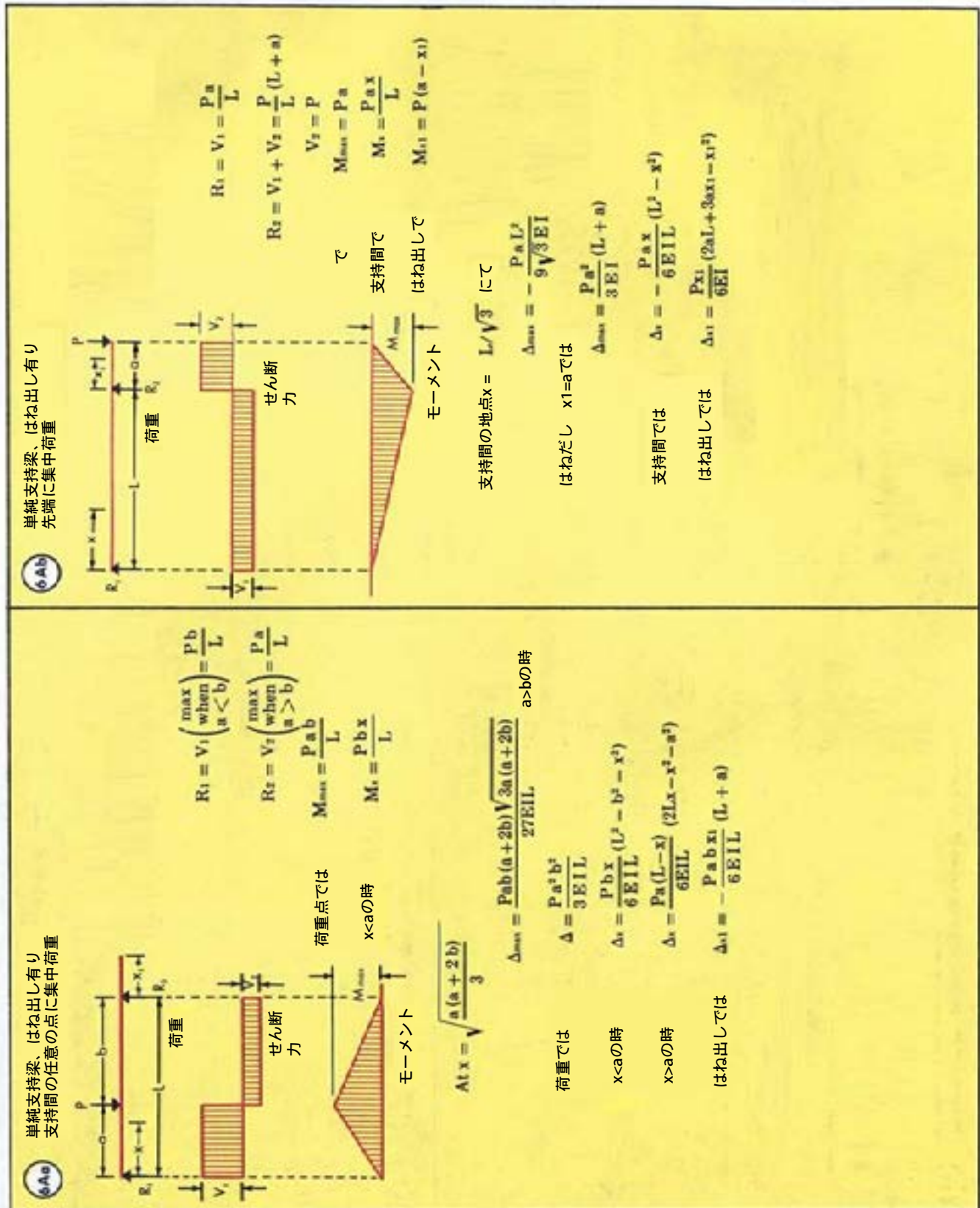
$x > (a+b)$ の時
しかし $x < L$

$x < a$ の時

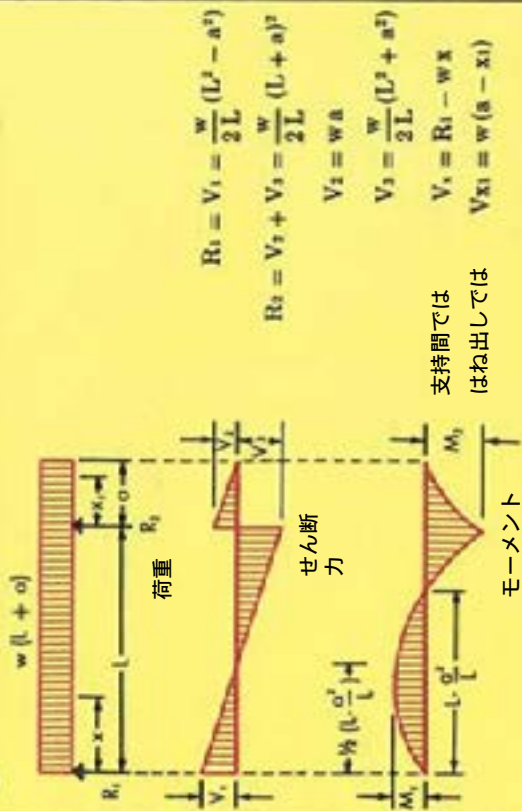
$x > a$ の時
しかし $x < (a+b)$

$x > (a+b)$ の時
しかし $x < L$

梁の図面と計算式 (続き)



単純梁、単純支持、はね出し有り 全長に均等荷重



$$R_1 = V_1 = \frac{w}{2} (L^2 - a^2)$$

$$R_2 = V_2 + V_3 = \frac{w}{2} (L + a)^2$$

$$V_2 = wa$$

$$V_3 = \frac{w}{2} (L^2 + a^2)$$

$$V_4 = R_1 - wx$$

$$V_{x1} = w(a - x_1)$$

$$x = \frac{1}{2} \left(L - \frac{a^2}{L} \right) \text{ では}$$

$$M_1 = \frac{w}{8} L^3 (L^2 - a^2)^2$$

$$M_2 = \frac{wa^2}{2}$$

$$M_3 = \frac{wx}{2} (L^2 - a^2 - xL)$$

$$M_{x1} = \frac{w}{2} (a - x_1)^2$$

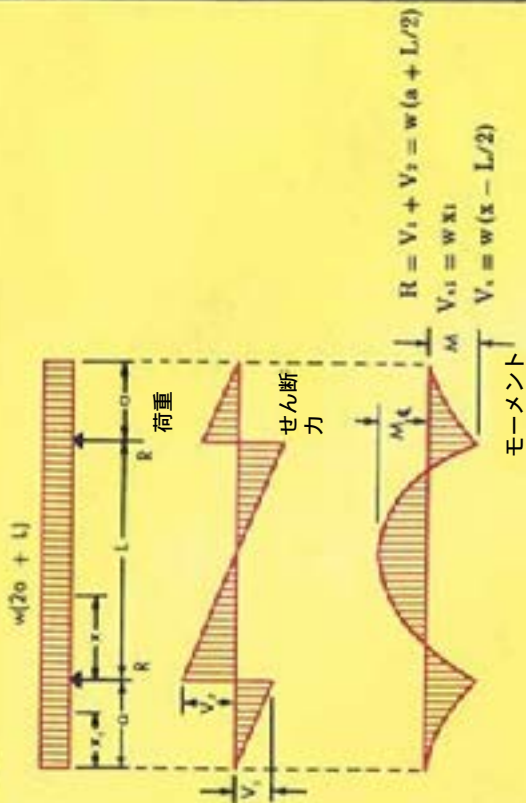
$$\Delta_1 = \frac{wx}{24EI} (L^4 - 2L^2x^2 + Lx^3 - 2a^2L^2 + 2a^2x^2)$$

$$\Delta_{x1} = \frac{wx_1}{24EI} (4a^2L - L^3 + 6a^2x_1 - 4ax_1^2 + x_1^3)$$

$$\Delta = \frac{wa}{24EI} (3a^3 + 4a^2L - L^3)$$

$$M_1 = M_2 = .08579 w L^2$$

単純支持梁、両方にはね出し有り 梁全体に均等荷重



$$M_{x1} = \frac{wx_1^2}{2}$$

$$M = \frac{wa^2}{2}$$

$$M_1 = \frac{w}{2} (Lx - x^2 - a^2)$$

$$M_2 = \frac{w}{8} (L^2 - 4a^2)$$

$$\Delta = \frac{wa}{24EI} (L^3 - 6a^2L - 3a^3)$$

$$\Delta_{x1} = \frac{wL^2}{384EI} (5L^2 - 24a^2)$$

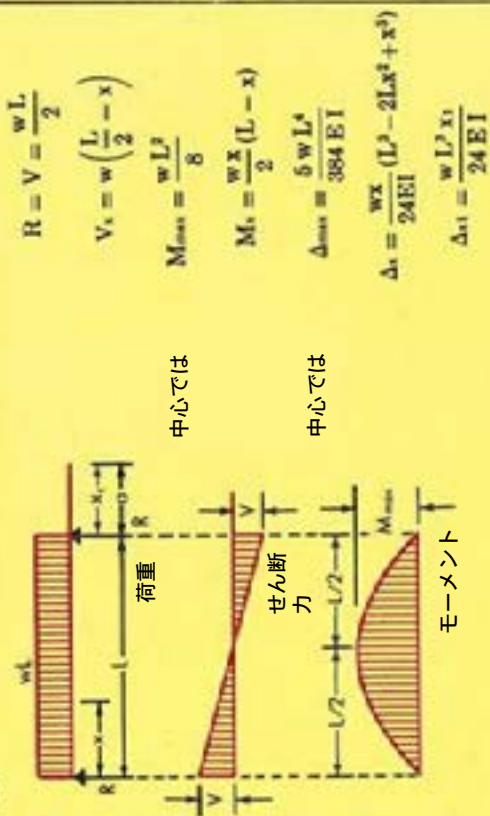
$$a = .207 \times \text{全長の時}$$

$$\text{または } a = .354L \text{ の時}$$

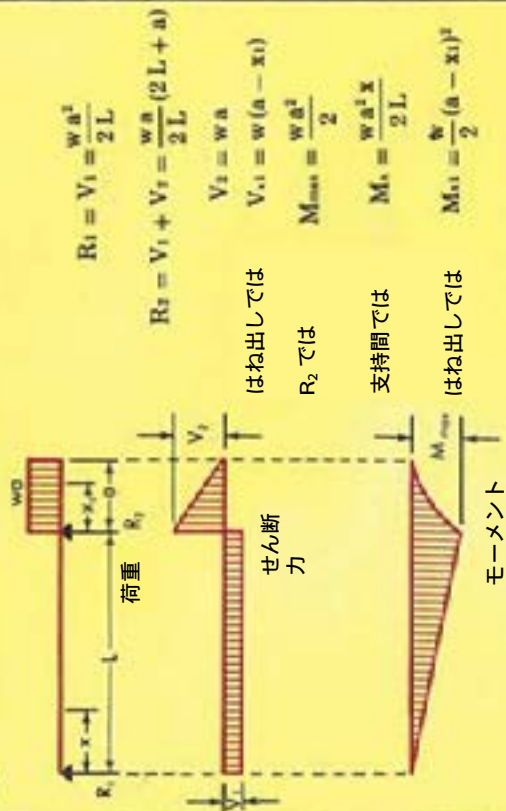
$$M = M_2 = \frac{wL^2}{16}$$

梁の図面と計算式 (続き)

単純梁、単純支持、はね出し有り 全長に均等荷重



単純梁、単純支持、はね出し有り 全長に均等荷重



$$x = L/\sqrt{3} \text{ では } \Delta_{max} = -\frac{wa^2L^2}{18\sqrt{3}EI}$$

$$\text{自由端では } \Delta_{max} = \frac{wa^3}{24EI} (4L + 3a)$$

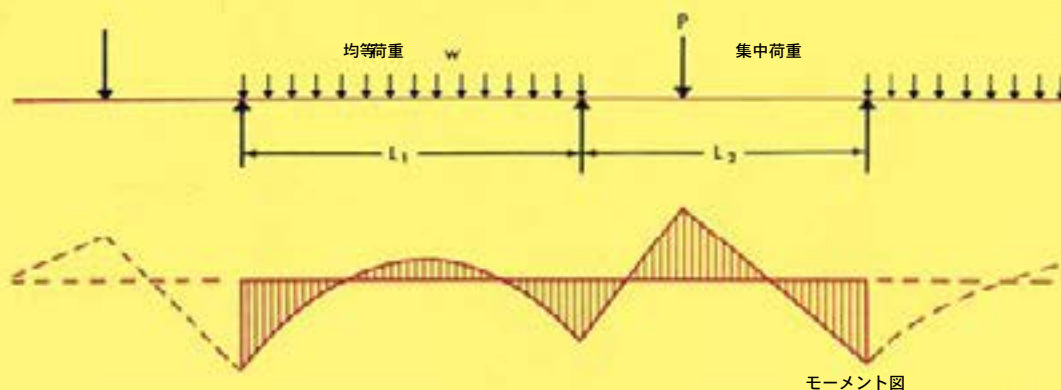
$$\text{支持間では } \Delta_x = -\frac{wa^2x}{12EI} (L^2 - x^2)$$

$$\text{はね出しでは } \Delta_{x1} = \frac{wx_1}{24EI} (4a^2L + 6a^2x_1 - 4ax_1^2 + x_1^3)$$

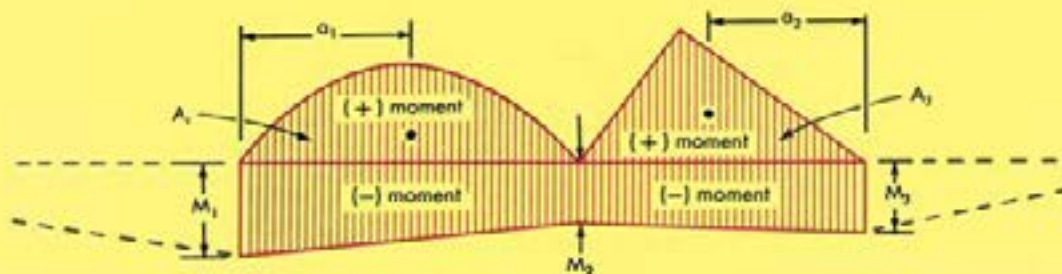
7

3モーメント理論

下図の連続する梁を考えてみます



上のモーメント図は、かけられた荷重による製のモーメントと、支持点にかかる負の固定モーメントの二つから合成されたものと考えることができます。



隣接する二つのスパンには次の関係が成立します。

$$+\frac{M_1 L_2}{6EI_1} + \frac{M_2}{3E} \left(\frac{L_1}{I_1} + \frac{L_2}{I_2} \right) + \frac{M_3 L_2}{6EI_2} + \frac{A_1 a_1}{EI_1 L_1} + \frac{A_2 a_2}{EI_2 L_2} = 0$$

ここで

M_1 、 M_2 、 M_3 、は一番目、二番目三番目の支持点の終端モーメント

L_1 、 L_2 は一番目と二番目のスパンの長さ

I_1 、 I_2 は一番目と二番目のスパンの慣性モーメント

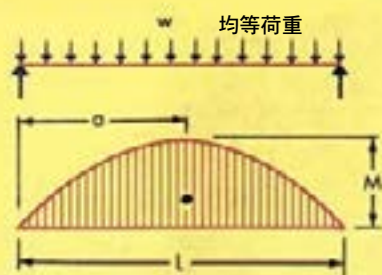
A_1 と A_2 は一番目と二番目のスパンの正のモーメント図の部分

a_1 と a_2 は一番目と三番目の外側の支持点正のモーメントの面積の図心間の距離

この式を連続するスパンの対に適用することにより、すべてのモーメントを見つけられます。

梁の図面と計算式 (続き)

単純支持梁で、均等荷重がかかっている場合のモーメント図は放射線です。また集中荷重は三角形のモーメント図になります。下の図はこれらの面積を図心の距離を示します。

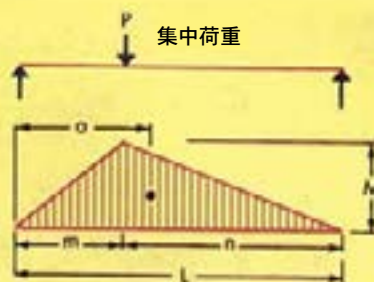


面積

$$A = \frac{2}{3} M L$$

図心への距離

$$a = L/2$$



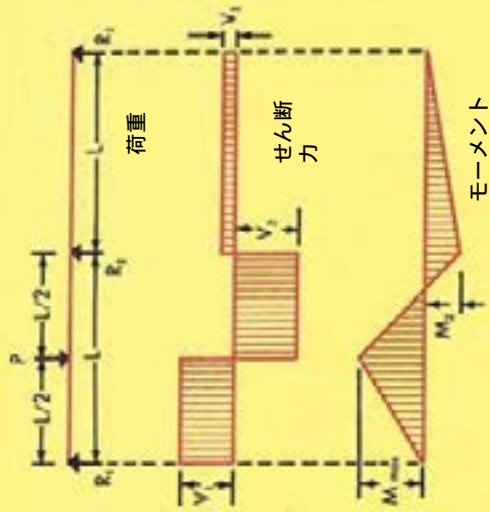
面積

$$A = \frac{1}{2} M L$$

図心への距離

$$a = \frac{m + L}{3}$$

7Aa

2スパン連続梁
片側のスパンの中心に集中荷重

$$R_1 = V_1 = \frac{13}{32} P$$

$$R_2 = V_2 + V_1 = \frac{11}{16} P$$

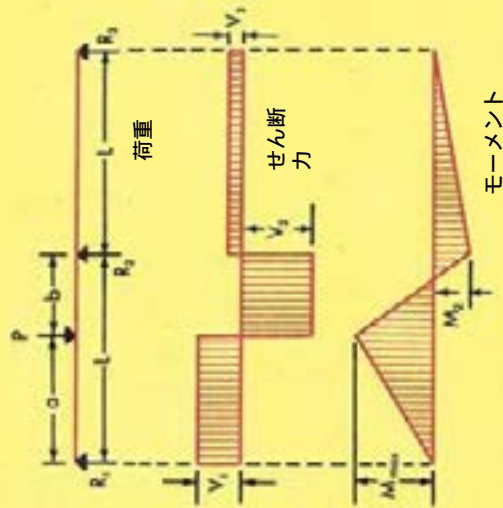
$$R_3 = V_3 = \frac{3}{32} P$$

$$V_2 = \frac{19}{32} P$$

$$\text{荷重点では } M_{\max} = \frac{13}{64} P L$$

$$R_2 \text{ では } M_2 = \frac{3}{32} P L$$

7Ab

2スパン連続梁
片側のスパンの任意の点に集中荷重

$$R_1 = V_1 = \frac{Pb}{4L^3} [4L^2 - a(L+a)]$$

$$R_2 = V_2 + V_1 = \frac{Pa}{2L^3} [2L^2 + b(L+a)]$$

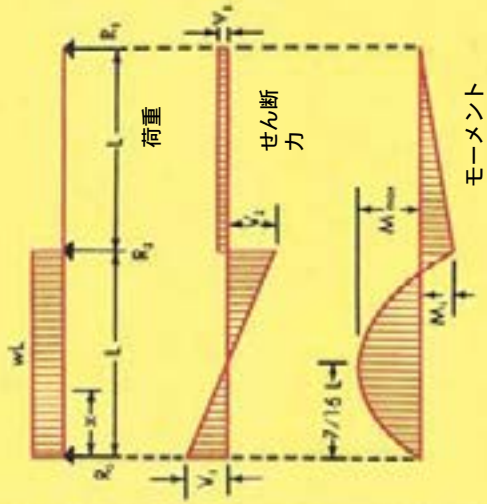
$$R_3 = V_3 = \frac{Pab}{4L^3} (L+a)$$

$$V_2 = \frac{Pa}{4L^3} [4L^2 - b(L+a)]$$

$$\text{荷重点では } M_{\max} = \frac{Pab}{4L^3} [4L^2 - a(L+a)]$$

$$R_2 \text{ では } M_2 = \frac{Pab}{4L^3} (L+a)$$

7B

2スパン連続梁
一つのスパンに均等荷重

$$R_1 = V_1 = \frac{7}{16} wL$$

$$R_2 = V_2 + V_1 = \frac{5}{8} wL$$

$$R_3 = V_3 = \frac{1}{16} wL$$

$$V_2 = \frac{9}{16} wL$$

$$M_{\max} = \frac{49}{512} wL^2$$

$$M_2 = \frac{wL^2}{16}$$

$$M_2 = \frac{wx}{16} (7L - 8x)$$

$x = 7/16L$ では

R_2 では

$x < L$ の時

梁の図面と計算式 (続き)

ねじり応用のかかる部材

